This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

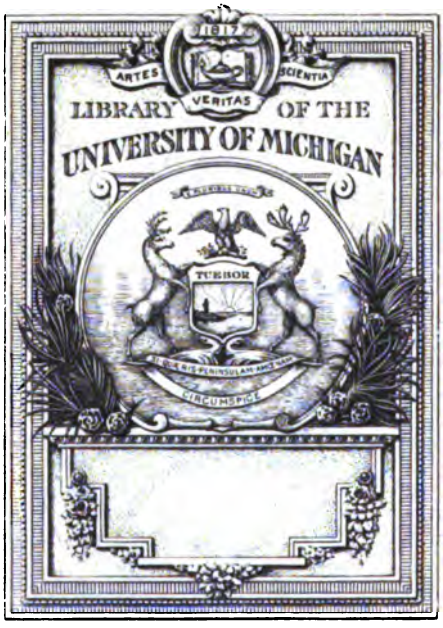
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`


ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

QA
35
.M22

TRAITÉ COMPLET D'ARITHMÉTIQUE,

À L'USAGE

DES COMMERÇANS, COMMISSIONNAIRES, &c.

Où toutes les plus intéreſſantes queſtions, depuis l'addition ſimple juſqu'à l'extraction des racines quarrées, tant en nombres ſimples que fractionnaires, ſont traitées avec autant d'ordre que de clarté.

Avec un traité de réduction des monnoies les plus en uſage tant dans le Canton de Berne que de Fribourg.

PAR Mr. L'ABBÉ MAIGNON, Prêtre Français, du Diocèſe d'Auch.

À LAUSANNE,
Chez ANDRÉ FISCHER & LUC VINCENT.

1798.

DÉDICACE

A MES ÉLÈVES DE BULLE EN SUISSE.

A qui mieux qu'à ceux que j'ai formés dans la ſcience du calcul, pourrai-je dédier ce TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE *?*

Oui, Meſſieurs, les progrès rapides que vous avez faits me ſont un ſûr garant que mon Ouvrage ſera bien accueilli.

Liſez, reliſez-le ; les principes que vous y trouverez & que vous connoiſſez déja, avec la pratique que vous y joindrez, vous mettront à même de fournir, avec autant de fruit que d'éclat, la carrière dans laquelle vous allez entrer.

Qu'elle eſt belle la ſcience du calcul ! D'un pôle à l'autre, du firmament à nous, toute grandeur nous eſt ſoumiſe : Dans le commerce de la vie, quelle jouiſſance, quel avantage de poſſéder cette ſcience ! Eh ! vous le ſavez déja, vous Meſſieurs d'un âge plus avancé, à qui j'ai donné des leçons conſtantes & ſuivies, tous les jours vous en faites l'agréable & utile expérience ; ne négligez donc pas cette ſcience, vous tous mes chers Élèves ! à la cultiver attachez le plus grand prix, elle vous dédommagera avec uſure.

Si, par des circonſtances imprévues, pluſieurs de vous étiez forcés de la négliger, qu'il vous ſouvienne qu'elle vous fut familiere, & que vous en reçutes les principes moins d'un maître que d'un ami qui, ſachant partager vos petits travaux, vous étoit cher à bien de titres.

S'il eſt des ſentimens doux à un cœur, c'eſt ſans doute celui de penſer qu'on ſera profondément gravé dans la mémoire de ceux avec qui on a eu des liaiſons & des correſpondances aſſez étroites: Eh bien, Meſſieurs, ces ſentimens je les éprouve: la délicateſſe de votre cœur qui m'eſt connue, répond aſſez hautement à la ſenſibilité du mien. Cet Ouvrage, fruit de mes travaux, ſe trouvant en vos mains, vous rappellera ſans-ceſſe quel étoit votre maître: il vous dira qu'il vous aimoit, & que, toujours préſents à ſon eſprit, votre tendre ſouvenir ne s'effacera jamais de ſon cœur.

Je ſuis avec l'amitié la plus entiere,

MES CHERS ÉLÈVES,

Votre très-affectionné ſerviteur

MAIGNON.

History of Science
Hutting
11-14-28
18428

PRÉFACE.

POUR prouver que mon Traité d'Arithmétique peut avoir quelque mérite & qu'il pourra être utile, il me ſuffira de dire que les enfans de dix ans, comme les perſonnes de trente, à qui j'ai donné des leçons de calcul, ſont parfaitement entrés dans preſque tous les principes que je poſe dans cet ouvrage, & qu'ils ont ſuivi preſque toutes les matieres que j'y traite. (*)

Connoiſſant depuis long-tems la ſcience du calcul, une longue expérience m'avoit mis à même de juger que les principes trop reſſerrés de la plupart de nos Auteurs de Mathématiques, que ces principes, ſans être développés par des exempies, rebutoient aſſez ordinairement la jeuneſſe. Le deſir d'obvier à cet inconvénient m'a fait entreprendre cet ouvrage: aſſez étendu ſans l'être trop, l'exemple à côté du principe, ce Traité n'aura pas, j'eſpère, ce défaut; l'élève ne ſe dégoûtera pas; plus il connoîtra, plus il voudra connoître.

2-27-40 Phys

D'où vient, en effet, ce dégoût? d'où vient qu'on fait ſi peu de progrès dans la ſcience du calcul? eſt-ce défaut de capacité dans la jeuneſſe? Nullement. Si cette ſcience, qui paroît ſi difficile, étoit préſentée ſous le véritable point de vue, on y feroit des progrès auſſi rapides que dans les autres. Le dégoût vient de ce que nos premiers Auteurs ne s'étant pas aſſez attachés au développement des principes élémentaires, parce qu'ils ont ſuppoſé, mais mal-à-propos, que ces principes étoient connus, ſe ſont jettés tout-à-coup dans des matieres trop épineuſes, & tellement épineuſes, qu'à peine de bons calculateurs les peuvent débrouiller.

(*) Les amateurs du calcul qui auront occaſion de venir à Bulle, peuvent demander à voir opérer *Françoiſe Carlos*, *Jean Michaud*, & *François Ardieu*: on ne ſera pas peu ſurpris de voir ces trois enfans âgés de 9 à 10 ans, traiter toutes les opérations, depuis l'addition juſqu'aux régles de compagnie, avec la plus grande facilité. On y verroit auſſi des perſonnes de 24 à 30 ans, de l'un & de l'autre ſexe, qui, ſans avoir préalablement aucune connoiſſance ſur l'arithmétique, traitent actuellement, avec la dignité qui leur convient, toutes les queſtions renfermées dans cet ouvrage.

Joignez à cela, que l'exemple n'étant pas à côté du principe, l'élève qui ne ſent pas l'utilité & l'application de ce qu'on lui montre, ſe rebute & abandonne une étude qu'il croit le fatiguer & le laſſer à pure perte.

Qu'on liſe Rivard, Maſéas, l'abbé de la Caille &c, on ſe convaincra de la vérité que j'avance. On verra que les quatre premieres régles étant traitées tout ſimplement, ces Auteurs ſe jettent, dans l'inſtant, dans l'algébre & autres queſtions auſſi difficiles, qui rebutent ceux qui n'ont pas le goût le plus décidé pour les mathématiques.

Voudrai-je par-là déprécier ces grands hommes? voudrai-je m'élever en les abaiſſant? A Dieu ne plaiſe: ces Auteurs ſeront toujours mes maîtres. Si j'ai quelques connoiſſances en mathématiques, c'eſt à eux que je les dois; c'eſt en travaillant d'après eux que je les ai acquiſes; mais, je le dirai encore, ces ouvrages ne peuvent pas ſervir pour faire des élèves, parce qu'ils les ſuppoſent déja faits.

Les ouvrages élémentaires ſur le calcul manquant, ou y en ayant très-peu, j'ai cru rendre ſervice au Public de donner celui-ci. On y verra les matières traitées avec aſſez d'étendue pour bien développer le principe, & pas trop, pour ne le pas faire perdre de vue. Ce double avantage, avec l'application du même principe, ne pourra qu'ouvrir & développer un eſprit à qui on préſentera les matieres à traiter.

D'après cette tactique, je me ſuis attaché à bien développer les principes des quatre premieres, tant ſimples que compoſées, en y joignant toujours les exemples: j'ai ſenti qu'étant la baſe de toutes les autres opérations, on ne ſauroit aſſez les étendre & les faire connoître.

Paſſant aux fractions, je ne les ai pas traitées avec moins d'exactitude & de développement, tant parce qu'elles ſont abſolument néceſſaires à ceux qui aſpirent aux ſciences mathématiques, comme le toiſé, la géométrie &c., que parce que ſans elles on ne pourroit achever exactement certaines opérations de calcul pur & ſimple.

Les quatre premieres régles, ſimples & compoſées, étant bien compriſes avec les fractions, les régles de trois qui ne ſont que la

combinaiſon de celles-ci, ne préſentent aucune difficulté. On les ſaiſit ſans gêne, on les travaille avec plaiſir : c'eſt avoir obtenu déja le principal but, puiſque les régles de trois ſont d'un uſage le plus étendu; il eſt ſi grand cet uſage, que par elles preſque toutes les parties de mathématiques ſe traitent & ſe combinent. La ſeule difficulté conſiſte à ſavoir quand eſt-ce qu'elles ſont directes ou inverſes. Les principes que j'ai établis, avec les exemples, feront acquérir la connoiſſance de cette différence ſans fatigue & ſans travail. L'uſage & le bon ſens ſont encore d'un grand ſecours avec le principe.

Les régles de trois compoſées, ſont néanmoins difficiles, il faut en convenir: auſſi ne les explique-je jamais aux jeunes élèves; ces régles étant d'ailleurs plus de curioſité que d'utilité. J'en dis autant des régles de fauſſe poſition compoſée, ſur leſquelles, pour ne pas perdre de vue l'objet principal, qui eſt l'utile, je ne me ſuis étendu qu'autant qu'il eſt néceſſaire pour les faire comprendre à ceux qui veulent travailler par goût & non par néceſſité.

Les régles de compagnie & de fauſſe poſition ſimple préſentant des objets réels, je les ai approfondies, je les ai préſentées ſous différens points, afin qu'on ne ſoit jamais embarraſſé : celles-ci ſuppoſant les régles de trois ſimple, ne feront pas éprouver de difficulté : celles qui ſont à la fin du Traité, dans *le Queſtionnaire*, étant compoſées & preſque de pure curioſité, ne doivent être traitées que par ceux qui ſont entièrement formés dans le calcul.

Quant à la réduction de l'argent, il n'y a rien de difficile dans toutes ces opérations. Celles qui ſe font par multiplication & diviſion ſimples, ſont un amuſement pour les enfans : celles qui ſe traitent par régles de trois, comme les florins, les rixdalles, ne ſont guère plus pénibles quand on connoît la théorie de ces régles.

Pour l'extraction des racines quarrées, il y a un peu plus de difficulté quand on veut opérer ſur les reſtes : mais que ſont ces difficultés quand on connoît les opérations arithmétiques qui précèdent cette fameuſe queſtion ? Dans le traité du toiſé que je me propoſe de donner, j'étendrai le principe, à cauſe des reſtes que l'on peut trouver. Pour le préſent, nous nous ſommes bornés à donner tout ſimplement

le principe d'extraction ; mais ce principe ſera infiniment ſuffiſant pour ſervir d'introduction aux opérations les plus difficiles qui pourroient ſe trouver dans le toiſé & dans la géométrie.

Pour rendre mon ouvrage d'une utilité la plus étendue, j'ai travaillé les opérations ſous différentes monnoies, comme par l'argent de France, de Berne, de Fribourg, &c. ; & en général, pourvu qu'on connoiſſe les élémens qui compoſent un tout, on peut appliquer le même principe & opérer de même.

Je finirai par un avis bien eſſentiel pour la marche qu'on doit ſuivre en étudiant ce Traité. 1°. On n'étudiera jamais ſans avoir la plume en main : après avoir lu attentivement une régle, on l'appliquera, de point en point, à l'exemple donné. 2°. On ne paſſera jamais aux régles ſuivantes ſans bien comprendre les précédentes, à cauſe des liaiſons qu'elles ont ordinairement entr'elles. En obſervant ces deux points, on peut être ſûr de faire des progrès auſſi frappans que ſolides dans la ſcience du calcul.

Heureux, ſi repouſſé de ma patrie ſans avoir démérité, je puis, toujours jettant un regard ſur elle, ſervir la cauſe commune dans une terre étrangère ! Heureux, mille fois heureux, ſi en formant la Jeuneſſe dans une ſcience ſi utile, je puis contribuer pour quelque choſe au bien de la ſociété, dans un pays où l'on a daigné honorer mes foibles talens, par la confiance qu'on m'a accordée, & où, dans la ſituation pénible d'un exil le plus rigoureux, j'ai trouvé dans mes chaînes le plus grand allégement à mes maux !

Reconnoiſſance, aimable vertu, que ne m'inſpires-tu pas ! Mais le moyen de faire, quand on ne peut que ſentir ! Ah ! du moins que mes vœux ſoient acceptés, & qu'avec l'éducation des jeunes gens que j'ai faite, ils tiennent lieu à un pays ſi aimant, de ce que je lui devrai à jamais de reconnoiſſance & d'amour !

TRAITÉ

TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

L'ARITHMÉTIQUE eſt une ſcience qui enſeigne à faire différentes opérations ſur les nombres, & qui en démontre les principales propriétés.

Le nombre eſt un aſſemblage de pluſieurs unités, ou de pluſieurs parties de l'unité : ainſi le nombre quatre, eſt quatre unités ou quatre fois un : le nombre mille, eſt mille unités ou mille fois un, &c.

Entre les nombres, il y en a de ſimples ou d'incomplexes, de compoſés ou de complexes.

Les nombres ſimples ſont ceux qui expriment des quantités de la même nature, comme des toiſes, des écus, &c. Les compoſés ſont ceux qui expriment des quantités de différente nature, comme toiſes, pieds, pouces, lignes : ~~écus, baches, cruches~~ : livres, ſols, deniers.

Entre les nombres il y en a de pairs & d'impairs : les nombres pairs ſont ceux qui ſe partagent exactement, comme les nombres 2, 4, 6, 8, 10, &c. Les impairs ſont ceux qui ne ſe partagent pas exactement, comme les nombres 1, 3, 5, 7, 9, &c.

Pour marquer les nombres, on ſe ſert de pluſieurs caractères qu'on appelle *chifres* : il y en a dix ; ſavoir, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Ce dernier ne ſignifie rien, quand il eſt ſeul ; mais, lorſqu'il eſt avec d'autres chifres, il ſert à augmenter la valeur de ceux après leſquels il ſe trouve : par exemple ce 5 ne vaut que 5 ; mais s'il eſt ſuivi de 0, il vaudra 50 ; s'il eſt ſuivi de deux 00, il vaudra 500.

Les 9 premiers chifres ſont appellés poſitifs ou ſignificatifs : on peut avec ces dix chifres exprimer tous les nombres poſſibles.

REMARQUE FONDAMENTALE.

On eſt convenu que chaque chifre auroit des valeurs différentes, ſuivant le rang qu'il occupe dans un nombre ; enſorte que les chifres augmentent en proportion décuple en allant de droite à gauche ; ou ce qui revient au même, les chifres diminuent en proportion décuple en avançant de gauche à droite ; c'eſt-à-dire, qu'une unité d'un chifre vaut dix unités de celui qui eſt immédiatement plus à droite : par exemple dans le nombre 4528, chaque unité du 4 vaut dix unités du 5 ; car les unités du 4 ſont des mille, puiſque ce 4 exprime quatre mille, & les unités du 5 ſont des centaines : or, un mille vaut dix centaines. Pareillement, chaque unité du 5 vaut dix unités du 2, parce que les unités du 5 ſont des centaines, & les unités du 2 des dixaines : enfin, chaque unité du 2 vaut dix unités du 8, puiſque les unités du 2 ſont des dixaines, & les unités du 8 ſont des unités ſimples.

Cette remarque eſt ſi importante, qu'elle eſt le fondement des opérations de l'Arithmétique.

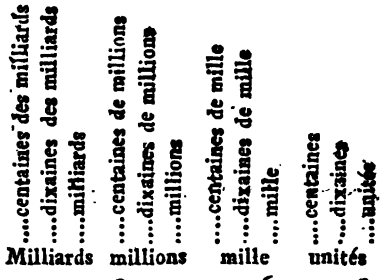
DE LA NUMÉRATION.

Nombrer, eſt exprimer la valeur d'un ou de pluſieurs chifres.

Pour connoître tout-à-coup la valeur d'un nombre ſans l'épéler, c'eſt-à-dire, ſans le faire parler de droite à gauche, en diſant, unité, dixaine, centaine, mille, &c. &c. il faut diviſer le nombre donné, par tranches de trois en trois chifres, par des virgules, en commençant par la droite ; & rappellant que la première tranche donne des centaines d'unités ſimples, la ſeconde des centaines de mille, la troiſième des centaines des millions, la quatrième des centaines des milliards, &c. en rappellant, dis-je, ces choſes, vous lirez facilement la valeur de votre nombre ſans l'avoir épélé.

Ainſi, ſi l'on vouloit ſavoir la valeur du nombre-ci :

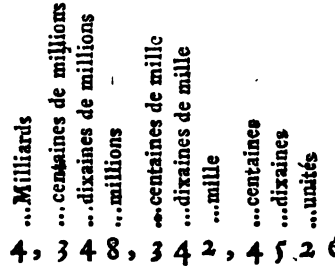
245834126348 écus, ſans l'épéler, il faudroit le diviſer par tranches de droite à gauche, ainſi qu'on le voit ci-après :



Et alors on lira facilement, deux cents quarante-cinq milliards, huit-cents trente-quatre millions, cent vingt-ſix mille, trois-cents-quarante-huit écus.

2. EXEMPLE.

Quelle eſt la valeur du nombre 4348342452 écus?



Après l'avoir diviſé par tranches de droite à gauche, liſez : quatre milliards, trois-cents quarante-huit millions, trois-cents quarante-deux mille, quatre-cents cinquante-deux écus.

Tout nombre bien ordonné eſt toujours diviſé par tranches de trois en trois chifres.

DE L'USAGE DE L'ARITHMÉTIQUE.

L'uſage de l'Arithmétique eſt de repréſenter toutes ſortes de nombres & d'en connoître la valeur, les ajouter enſemble, les ſouſtraire les uns des autres, les multiplier les uns par les autres, les diviſer.

Cette ſcience des nombres ſe pratique par quatre régles, qui ſont : l'Addition, la Souſtraction, la Multiplication & la Diviſion : avec ces quatre régles bien entendues, on réſoudra toutes ſortes de queſtions propoſées ſur les nombres, ſoit pour le compte de l'eſpèce numéraire, des poids & meſures, ſoit pour le toiſé, arpentage & géométrie, &c. enfin pour toutes ſortes d'opérations ſuſceptibles de calcul, d'augmentation, de diminution & de partage.

Des ſignes dont on ſe ſert quelquefois dans les opérations d'Arithmétique.

Signe d'addition	+
Signe de ſouſtraction	—
Signe de multiplication	×
Signe de diviſion	÷
Signe d'égalité	=

Ces ſignes ſont d'un grand uſage, ſur-tout pour les fractions ; ils ſervent a abréger la poſition des régles & les expreſſions qu'il faudroit employer par lettres. Par exemple, au lieu de dire 4 & 4 font 8, on écrit 4 + 4 = 8 : au lieu de dire, de 12 ôtez 8, reſte 4, on écrit 12 — 8 = 4.

Tableau des Signes.

D'addition,	4 + 4 = 8
De ſouſtraction,	6 — 2 = 4
De multiplication,	4 × 4 = 16
De diviſion,	16 ÷ 4 = 4

PLAN DU TRAITÉ.

CE Traité renfermera cinq parties. Dans la premiere on verra les quatre principales opérations ; ſavoir : l'Addition, la Souſtraction, la Multiplication, la Diviſion, ſimples & compoſées.

Dans la ſeconde, on expliquera les fractions.

Dans la troiſieme, on parlera des régles de trois ſimples & compoſées, des réductions de poids & meſures, des eſcomptes, des régles de gain & de perte, des régles de troc, de tare, des régles pour les intérêts, les lods, le change, pour tirer le ſol pour livre, &c.

Dans la quatrieme partie, on traitera des régles de compagnie ſimples & compoſées, de diſcuſſion, fauſſe poſition, des régles teſtamentaires, d'alliage.

Dans la cinquieme partie, on parlera de la réduction de différentes monnoies, & de l'extraction des racines carrées, pour ſervir d'introduction au Traité d'arpentage, qu'on ſe propoſe donner après celui-ci.

On trouvera à la fin du traité un recueil de queſtions auſſi intéreſſantes que curieuſes : on y trouvera auſſi un modèle de lettres-de-change, billets à ordre, à domicile, &c. le tout relatif au commerce.

PREMIERE PARTIE.

DE L'ADDITION.

L'ADDITION eſt une opération par laquelle deux ou pluſieurs nombres étant donnés, on en cherche la ſomme.

PRINCIPE I.

1. Pour ajouter deux ou pluſieurs nombres, il faut premiérement les écrire les uns ſous les autres, de manière que les unités répondent aux unités, les dixaines aux dixaines, les centaines aux centaines, &c. Tirez enſuite une ligne au-deſſous de ces nombres.

2. Commencez votre opération par les unités : ſi la ſomme qui réſulte de cette addition ne ſurpaſſe pas 9, par exemple, ſi elle ne donne que 5, écrivez 5 ſous la colonne des unités; mais ſi cette ſomme ſurpaſſe 9, ou ſi elle doit être exprimée par deux chifres, alors vous écrirez le dernier ſous la colonne des unités, & vous retiendrez le premier pour l'ajouter à la colonne des dixaines, ou pour le reculer vers la gauche, s'il n'y a plus de colonne à additionner.

3. Vous paſſerez enſuite aux dixaines, aux centaines, &c. que vous additionnerez comme vous aurez additionné les unités.

NOTA. On appelle dernier chifre, celui qui eſt le plus à droite; par exemple, dans ce nombre 452, le chifre 2 ſera le dernier; conſéquemment le chifre 4 ſera le premier. On voit par-là que le dernier chifre eſt celui qui a le moins de valeur.

PRINCIPE II.

Si deux ou pluſieurs nombres donnent 10, alors vous poſez 0, & vous retenez 1, pour le porter à la colonne ſuivante. Dans tous les intermédiaires, depuis 10 juſqu'à 20, vous retenez 1.

A 20 vous poſez 0, & vous retenez 2 pour le porter à la colonne ſuivante. Dans tous les intermédiaires juſqu'à 30, vous retenez 2.

A 30 vous poſez 0 & retenez 3, &c. juſqu'à 40, &c. &c.

Ces préliminaires poſés, venons aux opérations.

ADDITIONS SIMPLES.

EXEMPLE I.

Ajoutez 2420 écus, avec 1321 écus, & 334 écus.

Ecrivez	2420 écus.	
	1321	
	334	
Tirez	———	une ligne.
	4075	ſomme totale.

EXPLICATION.

1°. Commencez par les unités, & dites : 1 & 4 font 5 ; posez 5 sous les unités, sans rien retenir.

2°. Passez aux dixaines, & dites : 2 & 2 font 4, 4 & 3 font 7 ; posez 7 & ne retenez rien.

3°. Passez aux centaines, & dites : 4 & 3 font 7, & 3 font 10 ; posez 0 à la colonne des centaines, & retenez 1 pour le porter à la colonne des mille ; en disant : 1 de retenu & 2 font 3, & 1 font 4 ; posez 4 : & l'opération est finie.

EXEMPLE II.

Ajoutez . .	4520 écus.
	5214
	2588
	438
Somme . .	12,760 écus.

EXPLICATION.

1°. Aux unités : 4 & 8 font 12, & 8 font 20 ; posez 0 & retenez 2.

2°. Aux dixaines : 2 de retenus & 2 font 4, & 1 font 5, & 8 font 13, & 3 font 16 ; posez 6 & retenez 1.

3°. Aux centaines : 1 de retenu & 5 font 6, & 2 font 8, & 5 font 13, & 4 font 17 ; posez 7 & retenez 1.

4°. Aux mille : 1 de retenu & 4 font 5, & 5 font 10, & 2 font 12 ; posez 2 à la colonne des mille, & avancez 1 à la gauche, parce qu'il n'y a plus de colonne à additionner.

ADDITIONS COMPOSÉES.

Les additions sont composées lorsque les quantités à ajouter sont de différente nature.

Addition par écus de 20 baches.

L'écu . = 20 baches.
Le bache = . 4 cruches.
Le cruche = . . 12 deniers.

Notions préliminaires à l'Addition composée.

1°. Pour une plus grande facilité, on frappera d'un petit trait chaque douzaine des deniers : chaque trait marquera la valeur d'un cruche ; on prendra enſuite tous les cruches déſignés par chaque trait pour les porter à la colonne des cruches, & on poſera à la colonne des deniers les deniers qui pourroient reſter. (*)

2°. On peut en faire de même à la colonne des cruches, qu'on frappera de 4 en 4; alors chaque trait formera un bache. On prendra enſuite tous les baches déſignés par chaque trait, pour les porter à la colonne des baches.

3°. Il y a une petite difficulté dans la colonne des dixaines des baches; il faut examiner ſi les dixaines ſont à nombre pair ou impair : ſi elles ſont à nombre pair, vous en prendrez la moitié ; cette moitié exprimera des écus ſans aucun reſte; leſquels écus on portera à la colonne des écus. Par exemple, ſi vous aviez 8 dixaines de baches, vous diriez : la moitié de 8 eſt 4 ; & ce 4 exprimeroit 4 écus, que vous porteriez à la colonne des écus.

Si les dixaines ſont à nombre impair, vous aurez toujours une dixaine de reſte; alors vous poſerez votre dixaine à la colonne des dixaines des baches, & vous porterez vos écus à la colonne des écus. Par exemple, ſi vous aviez cinq dixaines de baches, vous diriez : la moitié de 5 eſt 2, avec une demie; vous poſeriez alors votre dixaine

(*) Cette méthode eſt très-aiſée & très profitable aux jeunes-gens. La choſe eſt claire par elle-même. Certainement s'il y avoit une certaine quantité des deniers, il ne ſeroit pas poſſible que des enfans les réduiſiſſent en cruches en opérant de tête ; tandis qu'en frappant ainſi chaque douzaine d'un petit trait, ils épuiſent la colonne ſans ſe fatiguer.

à la colonne des dixaines, & vous porteriez vos écus à la colonne des écus. En effet, 5 dixaines de baches font 50 baches, & 50 baches font 2 écus 10 baches.

EXEMPLE I.

	Écus.	bach.	cruc.	den.
Ajoutez les ſommes-ci .	2424	14	3--	4
	1316	15	1	10--
	1000	12	2--	6
	14	10	3	6--
	12	11	2--	8
Somme totale . . .	4769	5	1	10

EXPLICATION.

1°. Commencez par les deniers, en diſant, 4 & 10 font 14 deniers; or 14 deniers font un cruche & 2 den.; frappez le nombre 10 d'un trait & retenez 2: continuez, en diſant, 2 de retenus & 6 font 8 & 6 font 14; or 14 deniers font 1 cruche & deux deniers; frappez le nombre 6 d'un trait & retenez 2: continuez, en diſant, 2 de retenus & 8 font 10. Poſez 10 au bas de la colonne.

2°. Paſſez aux cruches. Prenez les 2 cruches qui ſont à la colonne des deniers, & dites: 2 & 3 font 5; ce qui fait un bache & 1 cruche; frappez le nombre 3 d'un trait; retenez 1 & continuez, vous trouverez en tout 3 baches & 1 cruche: poſez le cruche à la colonne des cruches & portez vos 3 baches à la colonne des unités des baches, en diſant, 3 & 4 font 7, & 5 font 12, & 2 font 14, & 1 font 15: poſez 5 & retenez une dixaine, que vous portez à la colonne des dixaines. Vous trouverez ſix dixaines, & vous direz: la moitié de 6 eſt 3: ce 3 déſigne 3 écus; leſquels vous porterez à la colonne des unités des écus, & vous continuerez l'opération à l'ordinaire, comme dans les additions ſimples.

Ordinairement on fait l'addition ainſi qu'il ſuit, en diſant, com-

mençant toujours par les deniers : 4 & 10 font 14, & 6 font 20, & 6 font 26, & 8 font 34 ; or 34 deniers font 2 cruches & 10 deniers : posez les 10 deniers & retenez 2 cruches, pour les porter à la colonne des cruches, &c.

Mais cette maniere d'opérer n'est pas aussi aisée pour les enfans qui commencent de chifrer que la première : en effet, il est plus difficile de connoître combien il y a de cruches dans 34 deniers par réduction, qu'en opérant ainsi que je l'ai déja enseigné, en frappant chaque douzaine des deniers d'un petit trait, pour annoncer la valeur d'un cruche. Et combien grande seroit encore la difficulté de réduire les deniers en cruches, si la somme de ceux-ci étoit un peu considérable ? La premiere maniere d'opérer sera donc préférable.

EXEMPLE II.

	Écus.	bach.	cruc.	den.
Ajoutez les sommes-ci .	143	13	1	11
	12	12	3--	3--
	14	11	1	4
Total . .	170	17	2	6

1°. Commencez par les deniers, en disant : 11 & 3 font 14 ; or 14 deniers font 1 cruche & 2 den. ; frappez d'un trait le chifre 3-- & retenez 2 : continuez, en disant, 2 de retenus & 4 font 6, que je pose.

2°. Passez aux cruches, & dites : 1 de retenu & 1 font 2, & 3 font 5, & 1 font 6 ; or 6 cruches font 1 bache & 2 cruches : posez les 2 cruches & retenez le bache.

3°. Passez aux unités des baches, en disant : 1 de retenu & 3 font 4, & 2 font 6, & 1 font 7, que vous posez sans rien retenir.

4°. Passez à la colonne des dixaines, & dites : 1 & 1 font 2, & 1 font 3 ; or la moitié de 3 est 1 & demi : posez la demie (en plaçant 1 devant le nombre 7) & retenez 1 ; ce chrifre 1 vaut un écu, que vous portez à la colonne des unités des écus, & vous continuez l'opération à l'ordinaire.

NOTA. Le chifre 1 tout ſeul ne vaut réellement que l'unité 1 ; mais s'il eſt devant un autre chifre, il vaudra 10, parce qu'il occupe le rang des dixaines : cela fait voir que pour exprimer la demie ou la dixaine, on n'a beſoin de mettre que le chifre 1.

Cette remarque eſt très-importante, comme on verra dans la ſuite.

Addition par écus de 25 baches.

Cette opération par écus de 25 baches eſt difficile, puiſqu'elle ſuppoſe la réduction des baches en écus par la diviſion : mais pour applanir toute difficulté, pour faire éviter tout calcul fatiguant, j'établirai un principe qui fera opérer de la maniere la plus prompte & la plus aiſée, en évitant la diviſion.

PRINCIPE.

Pour réduire les baches en écus bons ou écus de 25 baches, il faut retrancher les deux derniers chifres du nombre propoſé, & multiplier par 4 les chifres qui reſtent ; le produit donnera des écus bons.

Quant aux deux chifres retranchés, ils ne peuvent donner tout au plus que 3 écus : alors on les ajoute à la colonne des écus, & le reſte des baches ſe met à la colonne des baches.

EXEMPLE I.

Dans 100 baches, combien y a-t-il d'écus bons ? Il y en a 4.

POSITION.

1|00 baches.
× 4
= 4 écus.

Retranchez les deux derniers chifres & multipliez le chifre 1 par 4 ; vous aurez 4 écus. (*)

(*) Cette addition ſuppoſant la multiplication ſimple, ne peut être enſeignée qu'après la connoiſſance de cette régle.

EXEMPLE II.

Dans 1358 baches, combien d'écus bons? Il y en a 54 éc. 8 bach.

POSITION.

Multipliés par 4 | 13|58 baches.

52 -
2 8

54 éc. 8 bach.

Notez, que 58 baches qui reſtent, font 2 écus 8 baches, qu'on ajoute ſelon le rang des colonnes.

Cela poſé, quand on eſt à la colonne des baches, il faut les ajouter à côté, & les réduire enſuite en écus, d'après le principe donné. Quant aux deniers, cruches & écus, l'addition ſe fait comme il eſt expliqué ci-devant.

EXEMPLE.

	Écus.	bach.	cr.	d.
Ajoutez les ſommes-ci.	146	22	3--	8
	342	18	1	4--
	136	24	2--	11
	11	21	2	4--
	5	20	1	1
	13	23	2--	-
Total . .	658	6	1	4

À part pour les baches.

1|31 baches.
× 4
4 é.
1 6
5 é. 6 bach.

L'explication, quant aux deniers, cruches & écus, ſeroit ici inutile, attendu que nous avons opéré par le principe déja établi. Quant aux baches, nous les avons ajoutées à part; avec la retenue ſur les cruches, nous en avons trouvé 131; en retranchant les deux dernieres figures & multipliant par 4, nous avons trouvé 4 écus 31 baches: mais comme 31 baches font 1 écu 6 baches, on aura en totalité 5 écus

6 baches : dès-lors on pose les 6 baches à la colonne des baches, & on porte les 5 écus à la colonne des écus, pour continuer l'opération à l'ordinaire.

NOTA. Quelquefois on pourroit être embarrassé pour savoir le nombre d'écus compris dans deux chifres & le nombre des baches qui restent, comme par exemple dans les nombres ci :

43 baches. 67 baches. 93 baches.

Pour éviter toute difficulté, lorsque le nombre des baches surpassera 25, vous tirerez 1 écu par la soustraction, en ôtant 25 du nombre donné; alors vous aurez 1 écu & un nombre des baches connu; vous ferez ainsi jusqu'à 50 baches. Après le nombre 50, vous tirerez 2 écus, en ôtant 50 du nombre donné; vous ferez ainsi jusqu'à 75 baches. Après 75, vous tirerez 3 écus à la fois, en ôtant 75 du nombre donné; vous ferez ainsi jusqu'au nombre 99.

EXEMPLES.

Dans 46 baches, combien d'écus bons? Il y a 1 écu 21 baches.
Otez 25 baches, qui font 1 écu.

Reste 21 baches.

Dans 68 baches, combien d'écus bons? Il y a 2 écus 18 baches.
Otez 50 baches, qui font 2 écus.

Reste 18 baches.

Dans 89 baches, combien d'écus bons? Il y a 3 écus 14 baches.
Otez 75 baches, qui font 3 écus.

Reste 14 baches.

Au reste, cette addition ne peut se faire, ainsi que je l'ai dit, qu'après la multiplication.

Addition par livres, ſols & deniers de France.

La livre de France = 20 ſols.
Le ſol . . = 12 deniers.

Le principe de cette addition étant le même que celui des additions par écus de 20 baches, on opérera de la même manière.

EXEMPLE.

Ajoutez ci :	120 liv.	13 ſols.	10 den.
	142	14	3—
	12	16	11—
	14	13	4
	290 liv.	18 ſols.	4 den.

1°. Commencez par les deniers, & dites : 10 & 3 font 13; or 13 deniers font 1 ſol & 1 denier; frappez le nombre 3— d'un trait, & retenez 1. Continuez & dites : 1 de retenu & 11 font 12; or 12 deniers font 1 ſol; frappez le nombre 11— d'un trait, ſans rien retenir, & poſez les 4 deniers qui reſtent à la même colonne.

2°. Paſſez à la colonne des unités des ſols, & dites : 2 de retenus & 3 + 4 + 6 + 3 font 18; poſez 8 & retenez 1. Continuez, & paſſant à la colonne des dixaines, dites : 1 de retenu & 4 dixaines ſont 5 dixaines; prenez la moitié de ces 5 dixaines, en diſant : la moitié de 5 eſt 2 & demi; poſez la demie & retenez 2; ce nombre 2 vaut 2 écus, leſquels vous portez à la colonne des unités des écus, & vous continuez d'opérer à l'ordinaire.

Addition par toiſes, pieds, pouces & lignes.

La toiſe = 6 pieds.
Le pied = 12 pouces.
Le pouce = 12 lignes.

EXEMPLE.

	toises.	pieds.	pouces.	lignes.
Ajoutez ci .	14	5 —	8	10
	12	4	3 —	4 —
	22	3 —	3	8
	50	1	3	10

1°. Commencez par les lignes, & dites : 10 & 4 font 14, & 8 font 22; or 22 lignes font 1 pouce & 10 lignes; posez les 10 lignes, & retenez 1 pouce.

2°. Passez aux pouces, & dites : 1 de retenu & 8 font 9, & 3 font 12, & 3 font 15; or 15 pouces font 1 pied 3 pouces; posez les 3 pouces, & retenez 1 pied.

3°. Passez aux pieds, & dites : 1 de retenu & 5 font 6, & 4 font 10, & 3 font 13; or 13 pieds font 2 toises 1 pied : posez le pied & retenez 2 toises, pour les porter à la colonne des unités des toises. Le reste à l'ordinaire.

Si l'on veut opérer plus facilement, on frappera d'un trait à côté chaque douzaine des lignes, pour désigner les pouces; chaque douzaine des pouces, pour avoir des pieds, &c.

Si la toise étoit composée de 10 pieds, l'opération seroit la même, en observant que 10 pieds feroient la toise.

Addition pour le marc d'or & d'argent.

Le marc = 8 onces.
L'once = 8 gros.
Le gros = . 3 deniers.
Le denier = . 24 grains.

EXEMPLE.

	mares.	onces.	gros.	deniers.	grains.
Ajoutez ci .	14	3	5	1	6
	24	5 —	4 —	2 —	8
	10	2	2	1	6
	12	6 —	6 —	2 —	4 —
Somme .	62	2	3	1	0

1°. Commencez par les grains, & dites : 6 + 8 + 6 + 4 font 24 ; or 24 grains font 1 denier : posez 0 à la colonne des grains, & retenez 1 denier.

2°. Passez à la colonne des deniers, & dites : 1 de retenu & 1 font 2, & 2 font 4, & 1 font 5, & 2 font 7 ; or 7 deniers font 2 gros & 1 denier ; posez 1 denier, & retenez 2 gros, pour les porter à la colonne des gros.

3°. Passez aux gros, & dites : 2 de retenus + 5 + 4 + 2 + 6 font 19 ; or 19 gros font 2 onces & 3 gros ; posez 3 gros, & retenez les 2 onces.

4°. Passez à la colonne des onces, & dites : 2 de retenus + 3 + 5 + 2 + 6 font 18 onces ; or 18 onces font 2 marcs & 2 onces : posez les 2 onces, & retenez 2 marcs. Allez à la colonne des marcs, & opérez à l'ordinaire.

En général, on fera toute espèce d'addition dès qu'on connoîtra les élémens qui composent le tout.

Avis pour ceux qui ont des grandes Additions à faire.

Il y en a qui ont à additionner des pages *in-folio*, remplies d'un bout à fonds, des sommes partielles très-serrées : pour s'épargner beaucoup de fatigue, il faut diviser de distance en distance cette grande colonne des sommes, additionner celles qui sont contenues dans chaque quarré, porter la somme à côté, ajouter ensuite les sommes partielles ;

partielles ; dès-lors on aura la ſomme totale des ſommes partielles qui ſont dans la page.

Cette méthode a pluſieurs avantages : on ne ſe fatigue pas, on eſt plus aſſuré de ne pas ſe tromper, & ſi l'on ſe trompoit, il ſeroit plus aiſé de trouver l'erreur dans un des quarrés que dans toute la colonne.

Quand on a additionné la page, on exprime la ſomme en toutes lettres & en chifres, afin qu'on ne puiſſe jamais dénaturer le compte ; ce qui pourroit arriver ſi l'on n'écrivoit pas en toutes lettres. S'il y a pluſieurs pages à additionner, on porte la ſomme de la premiere page ſur la ſeconde ; on continue de la même maniere, & finalement on ſe trouve avoir additionné tout un livre ſans gêne & ſans fatigue.

De la preuve de l'Addition.

La preuve de l'addition conſiſte à recommencer l'opération de bas en haut, ſi l'on a déja opéré de haut en bas : ſi l'on retrouve la même ſomme, l'opération eſt juſte.

La preuve qui ſe fait par ſouſtraction eſt trop fatiguante, lorſque les colonnes ſont grandes.

DE LA SOUSTRACTION.

LA Souſtraction eſt une opération par laquelle deux nombres étant donnés, on ôte le plus petit du plus grand, pour en connoître la différence.

PRINCIPE.

Pour faire cette opération, il faut écrire le petit nombre au-deſſous du plus grand, de maniere que les unités répondent aux unités, les dixaines aux dixaines &c. On tire une ligne ſous les colonnes : cela fait, on commence par les unités ; on retranche le chifre inférieur du ſupérieur ; ce qui reſte ſe met au bas de la colonne : on paſſe enſuite aux colonnes des dixaines, des centaines &c. & on opére de la même maniere.

Il peut arriver trois cas différens : ou le chifre inférieur eſt égal au ſupérieur, ou il eſt plus petit ou plus grand. Dans le premier cas, on met zéro ſous la colonne. Dans le ſecond cas, on retranche le plus petit du plus grand, & on place ce qui reſte ſous la colonne. Dans le troiſieme cas, il faut aller emprunter ſur le chifre précédent qu'on ſuppoſe poſitif, une unité qui vaut 10, auquel nombre on ajoutera le chifre de la colonne ſur laquelle on opére ; on ſouſtraira enſuite de cette ſomme le chifre inférieur, & on placera le reſte ſous la colonne.

Nota 1°. Le chifre ſur lequel on a emprunté une unité, ne vaut plus autant qu'il valoit avant l'emprunt : la choſe eſt claire, puiſqu'il a été diminué d'une unité.

Nota 2°. On frappe d'un point le chifre ſur lequel on emprunte, afin de ſe ſouvenir qu'il a été diminué d'une unité.

Nota 3°. Quand nous diſons que l'unité empruntée vaut toujours 10, cela s'entend des nombres entiers ſur leſquels elle auroit été empruntée ; car dans les nombres fractionnaires, tantôt elle vaut plus de 10, tantôt moins. Par exemple, quand on emprunte des deniers aux cruches, l'unité empruntée vaut 12 deniers ; des cruches aux baches, elle vaut 4 cruches ; des unités des baches aux dixaines, elle vaut 10 ; des dixaines des baches aux unités d'écus, elle vaut 20, &c. &c.

Nota 4°. Lorſque dans les colonnes où l'on devroit emprunter, il n'y a que des zéros précédés des chifres poſitifs, il faut franchir tous les zéros, pour aller emprunter une unité du premier chifre poſitif qu'on rencontre vers la gauche : cette unité empruntée vaut 10 dans la colonne pour laquelle on l'aura empruntée, & tous les zéros vaudront 9.

On expliquera bientôt pourquoi les zéros par-deſſus leſquels on paſſe pour aller emprunter, valent 9.

Ces remarques ſont eſſentielles.

EXEMPLE I.

Jean doit 4262 écus, il paye 1632, on demande combien il doit encore?

POSITION.

Dette . . .	4262 écus.
Payement . .	1632.
Reſte . . .	2630.

EXPLICATION.

1°. Commençant par les unités, dites : de 2 ôtez 2; reſte 0, que vous poſez ſous la colonne.

2°. Paſſant aux dixaines, dites : de 6 ôtez 3; reſte 3, que vous poſez.

3°. Allant aux centaines, dites : de 2 ôtez 6, cela ne ſe peut : empruntez ſur le 4, que vous frapperez d'un point, une unité qui vaut 10; auquel nombre ajoutant 2 de la colonne, il vient 12; d'où tirant 6, reſte 6, que vous poſez.

4°. Paſſez à la colonne des mille, & dites : de 3 (& non de 4, puiſque vous y avez emprunté une unité) ôtez 1; reſte 2, que vous poſez. Dès-lors l'opération étant finie, il ſe trouve que Jean doit encore 2630 écus.

EXEMPLE II.

Joſeph doit 5000 écus, il paye 3528, combien doit-il encore?

POSITION.

Dette . . .	5000 écus.
Payement . .	3528.
Reſte . . .	1472.

Commençant par les unités, j'ai dit : de 0 ôtez 8, cela ne ſe peut : ors franchiſſant tous les zéros, j'emprunte du 5 une unité qui vaut

1000 écus ou 10 centaines d'écus; mais comme je n'ai pas beſoin de 1000 écus pour en payer 8, j'ai laiſſé 900 écus ou bien 9 centaines d'écus à la colonne des centaines, ſans les poſer; j'en ai laiſſé 90 écus ou 9 dixaines à la colonne des dixaines; dès-lors ne me reſtant qu'une dixaine, je m'en ſuis ſervi pour effectuer mon opération.

On voit par-là pourquoi les zéros, par-deſſus leſquels on paſſe pour aller emprunter, valent 9 : ils contractent en effet cette valeur, parce qu'on l'y laiſſe en paſſant. La ſeule inſpection de la régle préparée fera comprendre de plus en plus l'explication.

Régle naturelle.		*Régle préparée.*
		9 9 10
Dette . 5000 écus.		Dette . 5000 écus.
Payem. 3528.	OU BIEN	Payem. 3528.
Reſte . 1472.		Reſte . 1472.

Explication de la régle préparée.

Aux unités : de 10 payez 8, reſte 2, que vous poſez.
Aux dixaines : de 9 payez 2, reſte 7, que vous poſez.
Aux centaines : de 9 payez 5, reſte 4, que vous poſez.
Aux mille : de 4 payez 3, reſte 1, que vous poſez.

Enſorte qu'il reſte dû par Joſeph la ſomme de 1472 écus.

De la preuve de la Souſtraction.

La preuve de la ſouſtraction ſe fait par l'addition : il faut ajouter le reſte avec le nombre ſouſtrait : ſi la ſomme de ces deux nombres donne la ſomme principale, l'opération ſera bonne.

DE LA SOUSTRACTION COMPLEXE.

La ſouſtraction eſt complexe, lorſque les nombres à ſouſtraire l'un de l'autre renferment des quantités de différente nature.

EXEMPLE I.

Jean doit 246 écus, 14 baches, 3 cruches, 8 deniers; il paye 127 écus, 15 baches, 3 cruches, 10 deniers; combien doit-il encore?

POSITION.

Dette . .	246 écus,	14 bach.	3 cruc.	8 den.
Payem. .	127	15	3	10
Reſte dû .	118	18	3	10
Preuve .	246	14	3	8

EXPLICATION.

1°. Commençant toujours par les deniers, je dis: de 8 ôtez 10; cela ne ſe peut: j'emprunte ſur les cruches une unité qui vaut 12 den. alors je dis de nouveau: 12 deniers que j'ai empruntés & 8 qui ſe trouvent à la colonne, font 20; de 20 ôtez 10, reſte 10 d. que je poſe.

2°. Paſſant aux cruches, je dis: de 2 (& non de 3, puiſque j'y ai emprunté une unité) ôtez 3; cela ne ſe peut: j'emprunte des unités des baches une unité qui vaut 4 cr. & je dis: 4 & 2 font 6; de 6 ôtez 3, reſte 3, que je poſe.

3°. Je paſſe aux unités des baches, en diſant: de 3 ôtez 5; cela ne ſe peut: j'emprunte ſur la dixaine une unité qui vaut 10 baches, & je dis: 10 & 3 font 13; de 13 ôtez 5, reſte 8, que je poſe.

4°. Aux dixaines des baches, je dis: de zéro ôtez 10 ou une dixaine; cela ne ſe peut: j'emprunte des unités d'écus un écu qui vaut 20 baches, & je dis: de 20 ôtez 10, reſte 10, que je poſe, (non pas en poſant deux chifres, comme 10; mais en poſant un ſeul chi-, comme 1; parce que le chifre 1 devant un autre chifre vaut 10, ſi que nous l'avons déja dit.)

Le reſte de la ſouſtraction à l'ordinaire. Enſorte qu'il reſte dû par un 118 écus, 18 bach. 3 cr. 10 den.

Pour la preuve, ajoutez le reſte avec le payement : retrouvant la dette, vous concluerez que l'opération eſt bonne.

NOTA. Quand on opére ſur les baches, il vaut mieux faire l'opération en décompoſant, c'eſt-à-dire, en opérant ſur les unités & les dixaines ſéparément, que de prendre tout-à-la-fois : il eſt ſûr que l'opération eſt plus facile.

EXEMPLE II.

Je dois 100 écus ; je paye 99 écus, 19 baches, 3 cruches, 11 den. combien dois-je encore ?

POSITION.

Dette . .	100 écus.	o bac.	o cr.	o d.
Payem. .	99	19	3	11
Reſte . .	—	—	-	1
Preuve .	100.	—	-	-

Décompoſition de l'unité empruntée, avec l'explication de la régle.

Avec zéro de deniers, ne pouvant payer les 11, on a emprunté 100 écus à la colonne des centaines ; mais comme on n'a pas beſoin de 100 écus pour payer 11 deniers, on a laiſſé 90 écus à la colonne des dixaines d'écus, 9 écus à la colonne des unités, & de l'écu reſtant on a laiſſé 19 baches à la colonne des baches, 3 cr. à la colonne des cruches, & 12 den. à la colonne des deniers.

La décompoſition ainſi faite, on a opéré comme ci-deſſus.

Tableau de la régle préparée.

	99.	19.	3.	12.
Je dois . .	100 éc.	o bac.	o cr.	o d.
Je paye . .	99	19	3	11
Reſte . .	—	—	—	1

J'ai traité cette régle à fonds, parce que l'expérience m'a convaincu que celle-là bien entendue, on fait les plus difficiles avec la plus grande aiſance.

Il ne faut jamais emprunter ſur les zéros; ce qui n'a rien ne peut prêter; mais il faut aller droit au premier chifre poſitif pour y emprunter; enſuite on décompoſe l'unité empruntée ſelon l'occurence. Ceux qui empruntent ſur les zéros, agiſſent par routine & non par principe.

Souſtractions par écus de 25 baches.

PRINCIPE.

Ces ſouſtractions ſe font comme les précédentes; on obſervera ſeulement que des baches aux unités d'écus, on emprunte une unité qui vaut 25 baches: on obſervera en ſecond lieu, que lorſqu'on opére ſur les baches, on les prend à la fois ſans les décompoſer, ainſi que nous l'avons fait dans les ſouſtractions des écus de 20 baches.

EXEMPLE.

Je dois.	246 éc.	21 b.	3 cr.	4 d.
Je paye.	123	24	3	2
Reſte .	122.	22.	-	2.

A part pour les baches.
21 baches
& 25 qu'on a empruntées,
Font . 46.
Otez . 24
Reſte. 22 bach.

EXPLICATION.

Aux deniers, de 4 ôtez 2, reſte 2, qu'on poſe.

Aux cruches, de 3 ôtez 3, reſte 0, qu'on poſe.

Paſſant aux baches, on n'a pas dit de 1 ôtez 4; mais prenant les baches enſemble, on a dit: de 21 ôtez 24, cela ne ſe peut; alors on a emprunté un écu qui vaut 25 baches, & on a dit de nouveau: 25 & 21 font 46; d'où tirant 24, il reſte 22, qu'on poſe.

On auroit pu dire encore, de 25 payez 24, reſte 1, qui joint avec les 21 baches de la colonne ſur laquelle on opére, donne 22, comme deſſus.

Cette derniere méthode pour les ſouſtractions eſt la plus facile : au reſte, on ajoute, par côté, les baches qu'on emprunte, avec celles qu'on a déja dans la colonne, pour opérer avec plus de facilité.

Souſtraction par livres, ſols & deniers de France.

EXEMPLE.

Thomas doit . .	240 liv.	16 ſ.	6 d.
Il paye . . .	107	18	8
Reſte dû . . .	132	17	10
Preuve	240 liv.	16 ſ.	6 d.

EXPLICATION.

1°. Commencez toujours par les deniers, & dites : de 6 deniers payez 8, cela ne ſe peut : empruntez ſur les unités des ſols une unité qui vaut 12 deniers, & dites : 12 & 6 font 18 ; de 18 ôtez 8, reſte 10, que vous poſez.

2°. Allez aux unités des ſols, & dites : de 5 (& non de 6, puiſqu'on y a déja emprunté) payez 8 ; cela ne ſe peut : empruntez 10 ſols ſur la dixaine, & dites : 10 & 5 font 15 ; de 15 ôtez 8, reſte 7, qu'on poſe.

3°. Paſſez aux dixaines, & dites : de zéro payez 10 ſols ou une dixaine ; cela ne ſe peut : paſſant par-deſſus le zéro des unités des livres, allez aux dixaines emprunter une unité ou 10 liv.; laiſſez-en 9 ſans les poſer ſur le zéro des unités des livres, & retenant 1 liv. qui vaut 20 ſols, dites : de 20 ſols payez 10 ſols, reſte 10 ſ. qu'on exprime en poſant le chifre 1 à côté du chifre 7 qu'on a déja ; (car ſi l'on poſoit 10 à côté du 7, on auroit 107 ſols ; ce qui ne peut être.)

Paſſez aux unités des livres, & dites : de 9 payez 7, reſte 2.

Aux

Aux dixaines : de 3 (& non de 4, puiſqu'on y a emprunté) payez 0, reſte 3.

Aux centaines : de 2 payez 1, reſte 1 : & la régle eſt faite. Enſorte qu'on a pour reſte 132 liv. 17 ſ. 10 d.

La preuve à l'ordinaire.

Souſtraction par toiſes, pieds, pouces & lignes.

EXEMPLE.

Jacques, maçon, s'eſt chargé de faire 142 toiſes, 5 pieds, 8 pouces, 8 lignes, de maçonnerie : n'en ayant fait que 94 toiſes, 9 pouces, on demande combien il lui en reſte à faire ?

POSITION.

Travail à faire .	142 toiſes,	5 pieds.	8 pouc.	8 lig.
Travail fait . .	94	0	9	0
Reſte à faire . .	48	4	11	8
Preuve . . .	142	5	8	8

1°. Commencez par les lignes, & dites : de 8 ôtez 0, reſte 8.

2°. Allez aux pouces, & dites : de 8 ôtez 9 ; cela ne ſe peut : empruntez aux pieds, un pied qui vaut 12 pouces, & dites : 12 & 8 font 20 ; de 20 ôtez 9, reſte 11.

3°. Paſſez aux pieds, & dites : de 4 ôtez 0, reſte 4.

4°. Allez aux toiſes, & faites de même.

La preuve à l'ordinaire.

Souſtraction pour le marc d'or & d'argent.

Thomas a acheté 32 marcs de vaiſſelle d'argent, 5 onces, 3 gros, 1 denier : on ne lui en a fourni que 16 marcs, 3 onces, 4 gros, 1 denier, 8 grains ; combien lui en doit-on encore ?

POSITION.

Argent à fournir .	32 marcs,	5 onces,	3 gros,	1 den.	0 grains.
Argent fourni . .	16	3	4	1	8
Reſte à fournir .	16	1	6	2	16
Preuve	32	5	3	1	0

EXPLICATION.

1°. Commencez par les grains, & dites: de 0 grains payez 8; cela ne ſe peut: empruntez un denier qui vaut 24 grains, & dites: de 24 ôtez 8, reſte 16.

2°. Paſſez aux deniers, & dites: de 0 deniers ôtez 1; cela ne ſe peut: allez aux gros emprunter un gros qui vaut 3 deniers, & dites: de 3 ôtez 1, reſte 2.

3°. Paſſez aux gros, & dites: de 2 ôtez 4; cela ne ſe peut: empruntez 1 once qui vaut 8 gros, & dites: 8 & 2 font 10; de 10 ôtez 4, reſte 6.

4°. Allez aux onces, & dites: de 4 ôtez 3, reſte 1.

5°. Allez aux marcs, & opérez à l'ordinaire.

En général, on fera toute ſouſtraction, pourvu qu'on connoiſſe les élémens qui compoſent le tout. La preuve ſe fait toujours en ajoutant le reſte avec le nombre ſouſtrait: ſi la ſomme redonne le nombre duquel on a ſouſtrait, la régle eſt juſte.

DE LA SOUSTRACTION CHRONOLOGIQUE.

Cette ſouſtraction eſt ainſi appellée, parce qu'elle ſert à ſupputer le tems qui s'eſt écoulé depuis une date juſqu'à une autre: elle ſert conſéquemment pour le calcul d'intérêts, d'eſcompte, &c.

Mois de l'année.

Janvier, Février, Mars, Avril, Mai, Juin, Juillet, Août, Septembre, Octobre, Novembre, Décembre.

Une année n'eſt complette que depuis un Janvier juſqu'à l'autre Janvier. Cela poſé :

QUESTION IV.

Combien de tems s'eſt-il écoulé depuis le 14 Avril 1789, juſqu'au 17 Juin 1797 ?... Il s'eſt écoulé 8 ans, 2 mois, 3 jours.

PRINCIPE.

Poſez les deux dates l'une ſous l'autre; ſavoir, la moins forte ſous la plus forte, afin que le plus grand nombre étant deſſus, on puiſſe ſouſtraire plus facilement le moindre.

Dans chaque date, on ne poſera que le nombre d'années complettes dans l'ére qui a commencé à la naiſſance de N. S. J. C. & le nombre des mois qui ſont achevés dans l'année qui n'eſt pas complette, avec le nombre des jours indiqués par le quantieme du mois.

Ainſi l'année 1797 n'étant complette que le premier Janvier 1798, il eſt clair qu'au 17 Juin 1797, nous n'avons réellement d'années, depuis J. C., que 1796 ans, 5 mois; ſavoir, Janvier, Février, Mars, Avril, Mai, & 17 jours du mois de Juin : ainſi, au lieu de 1797 ans 17 Juin, on poſeroit 1796 ans, 5 mois, 17 jours.

Au 14 Avril 1789, on n'avoit que 1788 ans, 3 mois; ſavoir, Janvier, Février, Mars, & 14 jours du mois d'Avril : ainſi au lieu de poſer 1789 ans 14 Avril, on poſeroit 1788 ans, 3 mois, 14 jours: dès-lors les régles ſont très-faciles.

Ces préliminaires poſés, venons à l'opération.

1797 ans 17 Juin =	1796 ans,	5 mois,	17 jours.
1789 ans 14 Avril =	1788	3	14
Otez l'un de l'autre, il reſtera ..	8 ans,	2 mois,	3 jours.
Preuve	1796.	5.	17.

NOTA. Quoiqu'il y ait des mois de 31 jours, & que le mois de Février n'ait que 28 ou 29, cependant on compte chaque mois de 30 jours.

Ainſi des jours aux mois on emprunte une unité qui vaut 30 jours; des mois aux ans, une unité qui vaut 12. Si les années ſont complettes, on ne décompoſe pas; on les poſe telles qu'elles ſont.

QUESTION 2.

Combien de tems s'eſt-il écoulé depuis 1790, juſqu'au 18 Septembre 1797?

POSITION.

1797, 18 Septembre, ne fait que .	1796 ans,	8 mois,	18 jours.
1790, étant une année complette =	1790	0	0
Otez l'un de l'autre, il reſte . . .	6 ans,	8 mois,	18 j.
Preuve	1796.	8.	18.

Enſorte que depuis 1790, juſqu'au 18 Septembre 1797, il s'eſt écoulé 6 ans, 8 mois, 18 jours.

NOTA. Cette ſouſtraction ne peut pas être montrée tout-à-coup à des jeunes élèves: il eſt ſûr qu'il faut avoir le jugement formé pour la comprendre.

DE LA MULTIPLICATION.

MULTIPLIER un nombre par un autre, c'eſt prendre le premier autant de fois qu'il eſt marqué par le ſecond. Ainſi multiplier 8 par 3, c'eſt prendre 8 autant de fois qu'il eſt marqué par 3, c'eſt-à-dire trois fois: ce qui fait 24.

Il y a donc trois choſes à diſtinguer dans la multiplication; ſavoir, le *multiplicande*, le *multiplicateur*, & le *produit*.

Le multiplicande eſt le nombre qu'on multiplie; le multiplicateur eſt le nombre par lequel on multiplie, & le produit eſt le nombre qui réſulte de la multiplication. Dans l'exemple donné, 8 eſt le multiplicande, 3 eſt le multiplicateur, & 24 eſt le produit.

On peut donc définir la multiplication, une opération par laquelle on prend le multiplicande autant de fois que le multiplicateur contient l'unité.

On peut encore regarder la multiplication comme une addition abrégée, enſorte que le multiplicateur marque combien de fois le multiplicande doit être ajouté à lui-même ; car ſi j'avois 5 à multiplier par 3, au lieu de dire $5 + 5 + 5 = 15$, je dirai, tout-à-coup, trois fois 5 ſont 15.

Il y a deux ſortes de multiplication : la ſimple & la compoſée.

La multiplication ſimple eſt celle dont le multiplicateur eſt exprimé par un ſeul chifre : telle eſt la multiplication de 142 par 5.

La compoſée eſt celle dont le multiplicateur a pluſieurs chifres, comme 3428 par 52.

DE LA MULTIPLICATION SIMPLE.

PRINCIPE.

Il faut écrire le multiplicateur ſous le multiplicande, de maniere que les unités répondent aux unités, les dixaines aux dixaines, &c. Cela poſé, on obſerve les régles ſuivantes. On commence ſon opération par la droite, comme dans l'addition & ſouſtraction : on multiplie d'abord le chifre du multiplicande, qui eſt au rang des unités, par le multiplicateur : ſi le produit peut s'exprimer par un ſeul chifre, on le place ſous la colonne des unités ; mais ſi ce produit ſurpaſſe 9, ou s'il doit être exprimé par deux chifres, il faut mettre le dernier de ces chifres ſous la colonne des unités, & retenir le premier pour l'ajouter au produit des dixaines, ſur leſquelles, comme auſſi ſur les centaines &c. on opérera comme on a opéré ſur les unités.

Remarquez que, s'il y avoit un zéro dans quelqu'un des rangs du multiplicande, il faudroit mettre au produit, dans le rang qui répondroit au zéro, le chifre qu'on auroit retenu de la multiplication précédente, ſuppoſé que réellement on l'eut retenu ; mais ſi on n'avoit rien retenu, on ne pourroit écrire que 0 à ce rang.

Qu'on ne perde pas de vue qu'à 10 on retient 1, jusqu'au nombre 20 : à 20 on retient 2, jusqu'au nombre 30 : à 30 on retient 3, jusqu'au nombre 40, &c.

EXEMPLE I.

Multipliez	343.	Multiplicande.
par . . .	. . 3.	Multiplicateur.
Produit .	1029.	

OPÉRATION.

Commencez par les unités, & dites : 3 fois 3 font 9 ; que vous posez sous les unités.

Allez aux dixaines, & dites : 3 fois 4 = 12 ; posez le dernier chifre 2 sous les dixaines & retenez 1.

Aux centaines : 3 fois 3 = 9 & 1 de retenu = 10 ; posez 0 à la colonne des centaines, & avancez 1 vers la gauche, à la colonne des mille. Dès-lors l'opération est finie, & le produit = 1029.

NOTA. Nous avons dit que la multiplication étoit une addition abrégée : en effet, si vous ajoutez le multiplicande 343, autant de fois moins une qu'il est marqué par le multiplicateur, vous verrez que la somme égalera le produit.

EXEMPLE.

Ajoutez	=	343
. . .	=	343
. . .	=	343
Somme . .		1029.

EXEMPLE II.

Multipliez	4508.	Multiplicande.
par . . .	. . . 4.	Multiplicateur.
Produit .	18032.	

Aux unités, dites: 4 fois 8 = 32; posez 2 & retenez 3.

Aux dixaines : 4 fois 0 = 0; mais comme vous avez retenu 3, il faut le poser sous la colonne des dixaines.

Aux centaines : 4 fois 5 = 20; posez 0 à la colonne des centaines & retenez 2.

Aux mille : 4 fois 4 = font 16 & 2 de retenus font 18; posez 8 & avancez 1.

Observation essentielle.

Tout ce qui est multiplié par zéro, donne zéro; & tout ce qui multiplie zéro, donne aussi zéro.

Les commençans font ordinairement des fautes sur cette multiplication : on doit y prendre garde.

EXEMPLES.

	24			0	
Par	0		Par	24	
=	00		=	00	

EXPLICATION.

24 multiplié par 0 doit donner 0 : en effet, la multiplication est une opération par laquelle on prend le multiplicande autant de fois qu'il est marqué par le multiplicateur : ici le multiplicateur est 0; il faut donc prendre le multiplicande 24 zéro de fois; or 24 pris zéro de fois, donne 0; donc 24 multiplié par 0, donne 0.

En second lieu, 0 multiplié par 24, donne 0 : faites le même raisonnement, vous trouverez aussi que 0 multiplié par 24, donne 0.

DE LA MULTIPLICATION COMPOSÉE.

Lorsque le multiplicateur a plusieurs chifres, on multiplie 1°. tout le multiplicande de droite à gauche par le chifre qui est au rang des unités du multiplicateur, selon la régle de la multiplication simple.

2°. On multiplie de même tout le multiplicande entier par le chifre

du multiplicateur qui eſt au rang des dixaines, obſervant de mettre le dernier caractère de ce produit au rang des dixaines.

3°. On fait de même pour les centaines, pour les mille, &c. c'eſt-à-dire qu'on multiplie le multiplicande entier par chaque chifre du multiplicateur, en obſervant de mettre le dernier chifre de chaque produit au rang du chifre par lequel on multiplie. Ces multiplications particulieres étant faites, on ajoute tous les produits, & la ſomme réſultante eſt le produit total.

Qu'on ne perde pas de vue que le dernier chifre eſt celui qui eſt le plus à droite; celui qui a le moins de valeur.

Multiplication avec deux figures au multiplicateur.

On a acheté 840 piéces de fromage, à 23 écus la piéce; on demande quel eſt le produit total?

POSITION.

840 piéces. Multiplicande.
à 23 écus. Multiplicateur.

2520
1680.

Produit.. 19320 écus.

1°. Commencez par les unités, & dites: 3 fois 0 = 0, qu'on poſe ſous le 3. Enſuite, faiſant toujours parler le chifre 3, dites: 3 fois 4 = 12; poſez 2 à la gauche du zéro, & retenant 1, continuez en diſant: 3 fois 8 = 24, & 1 de retenu font 25; poſez 5, toujours à gauche, & avancez 2 à la gauche du 5.

2°. Allez à la dixaine du multiplicateur, & dites: 2 fois 0 = 0; poſez 0 ſous le 2 qui multiplie, & mettez auſſi un point à la droite, pour obſerver le rang. Continuez, en diſant: 2 fois 4 = 8; poſez 8 à la gauche du 0, enfin dites: 2 fois 8 font 16; poſez 6 à la gauche du 8, & avancez 1, toujours à gauche.

3°. Ajoutez

3°. Ajoutez ces deux produits, & vous aurez pour produit total 19320 écus, valeur de 840 piéces de fromage.

NOTA. S'il y avoit un ou pluſieurs zéros au multiplicateur, il faudroit de même multiplier les chifres du multiplicande par les zéros, auſſi bien que par les chifres poſitifs du multiplicateur, comme on le verra par l'exemple ſuivant.

Multiplication avec trois figures au multiplicateur.

On a acheté 3424 chevaux,
à . . . . 406 liv. le cheval; quel eſt le produit total ?

20544
0000.
13696..

1,390,144 liv. produit total.

Opérez d'après le principe déja établi. En général, quelque nombre des chifres qu'il y ait au multiplicateur, on multipliera toujours tout le multiplicande de droite à gauche par chaque chifre du multiplicateur, en commençant par les unités, & on obſervera de mettre le dernier chifre de chaque produit ſous le chifre qui multiplie; on reculera vers la gauche à proportion qu'on opérera : en faiſant attention à la poſition des chifres, on ne ſe trompera jamais.

Maniere abrégée de faire la multiplication dans certains cas.

PRINCIPE.

Toutes les fois que le multiplicande ou le multiplicateur, ou bien, toutes les fois que l'un & l'autre ſont compoſés des chifres poſitifs ſuivis à la fin d'un ou de pluſieurs zéros, on peut abréger la multiplication; il n'y a qu'à multiplier les chifres poſitifs les uns par les

autres, & ajouter à la suite du produit tous les zéros du multiplicande & du multiplicateur.

EXEMPLES.

1er *cas.*			
2000.	18.	32.	1200.
Par 4000.	par 100.	par 10.	par 1200.
= 8000000.	= 1800.	= 320.	= 1440000.

Explication du 1er *cas.*

Dites : 2 fois 4 font 8; posez 8 ; & à la suite de ce chifre posez les six zéros, & l'opération est finie : vous ferez de même pour les autres exemples & pour tous ceux qui se présenteront.

Remarquez qu'il ne s'agit que des zéros qui sont à la fin des chifres positifs ; car s'il y avoit des zéros intermédiaires, il faudroit opérer sur eux comme sur les chifres positifs.

EXEMPLE.

Multipliez	4381.	Multiplicande.
par	3006.	Multiplicateur.
	26286.	
	0000.	
	0000..	
	13143....	
	13,169,286.	Produit.

La raison de toutes ces manieres d'abréger la multiplication, sera évidente à celui qui aura fait les opérations en entier ; il trouvera les mêmes produits, & se convaincra de l'inutilité de multiplier par les zéros.

TABLE *pythagorique, ou Livret de Multiplication, Qu'il eſt indiſpenſable de ſavoir par cœur pour bien procéder aux opérations arithmétiques.*

2	fois	2	font 4.
2		3	6.
2		4	8.
2		5	10.
2		6	12.
2		7	14.
2		8	16.
2		9	18.
2		10	20.
2		11	22.
2		12	24.
3	fois	3	font 9.
3		4	12.
3		5	15.
3		6	18.
3		7	21.
3		8	24.
3		9	27.
3		10	30.
3		11	33.
3		12	36.
4	fois	4	font 16.
4		5	20.
4		6	24.
4		7	28.
4		8	32.
4		9	36.
4		10	40.
4		11	44.
4		12	48.
5	fois	5	font 25.
5		6	30.
5		7	35.
5		8	40.
5		9	45.
5		10	50.
5		11	55.
5		12	60.
6	fois	6	font 36.
6		7	42.
6		8	48.
6		9	54.
6		10	60.
6		11	66.
6		12	72.
7	fois	7	font 49.
7		8	56.
7		9	63.
7		10	70.
7		11	77.
7		12	84.
8	fois	8	font 64.
8		9	72.
8		10	80.
8		11	88.
8		12	96.
9	fois	9	font 81.
9		10	90.
9		11	99.
9		12	108.
10	fois	10	font 100.
10		11	110.
10		12	120.
11	fois	11	font 121.
11		12	132.
12	fois	12	font 144.

Application des principes pour les Multiplications ſimples.

EXEMPLE I.

Combien coûteront 53 aunes de ſerge, à 65 baches l'aune?

POSITION.

L'aune à 65 baches.
Combien valent 53 aunes?

195.
325.

Valeur en baches . 344 | 5 baches.
Valeur en écus . . 172⁶. 5 baches.

NOTA. Pour réduire les baches en écus de 20 baches, il faut retrancher la derniere figure & prendre la moitié du reſte; cette moitié donnera des écus, & le dernier chifre retranché exprimera des baches.

EXEMPLE.

Dans 4522 baches, combien y a-t-il d'écus? Il y a 226 éc. 2 bach.
En effet, retranchez la derniere figure & prenez la moitié du reſte, vous aurez ci . . baches . 452 | 2 baches.
écus . . 226. 2 baches.

Dans tous les intermédiaires, la demie qui peut ſe trouver, vaut 10: on joint ce nombre au chifre ſuivant, & on prend toujours la moitié.

Dans cet exemple on a dit, commençant par la gauche: la moitié de 4 eſt 2, qu'on poſe; la moitié de 5 eſt 2 & demi; cette demie vaut 10, & on continue, en diſant: 10 & 2 font 12; la moitié de 12 eſt 6, qu'on poſe.

On ne prend jamais la moitié des baches qui ſe trouvent retranchés dans la derniere figure; on les laiſſe tels qu'ils ſont.

EXEMPLE II.

Dans 41|0 baches, combien d'écus ? Il y en a 20 éc. 10 baches.

OPÉRATION. 41|0 ,
20. 10 baches.

Dites : la moitié de 4 eſt 2, qu'on poſe ; la moitié de 1 eſt 0 ; qu'on poſe, & on retient la dixaine qui vaut 10 baches.

Pour réduire les baches en écus de 25., on a déja vu la maniere d'opérer à l'article de l'Addition, pag. 19 & ſuiv.

Pour réduire les ſols en livres de France, on opére, comme pour la réduction des baches, en écus de 20 baches, en coupant la derniere figure & en prenant la moitié du reſte.

Nous parlerons plus au long de ces réductions, à l'article de la DIVISION, & ſur-tout à la *réduction des monnoies.*

SUITE DES MULTIPLICATIONS SIMPLES.

EXEMPLE I. *Par écus de 25 baches.*

Combien valent 152 aunes de drap, à 8 écus l'aune ?

POSITION.

L'aune à 8 écus.
Combien 152 aunes ?
Valeur . 1216 écus.

EXEMPLE II. *Par baches.*

L'aune à 42 baches.
Combien valent 80 aunes ?

00
336.

Valeur en baches . 33|60 baches.
Multipliés par . . 4

132. —
2. 10.

Valeur en écus . 134 écus 10 baches.

On doit appliquer ici le principe que nous avons donné, pour réduire les baches en écus bons ou écus de 25 baches.

OBSERVATION.

Il eſt indifférent de prendre pour multiplicande lequel de deux nombres; le produit eſt toujours le même, ſoit que le prix devienne multiplicande ou multiplicateur: mais on doit ſavoir que de deux nombres donnés, celui-là ſera le multiplicande qui aura des eſpèces conformes au quotient.

Quand il y a des fractions, je prends toujours le prix pour multiplicande; parce qu'il eſt plus aiſé de fractionner de bas en haut que de haut en bas, ainſi qu'on le verra dans les multiplications complexes.

Je ne traiterai ces multiplications qu'après la Diviſion, à cauſe des réductions qu'elles ſuppoſent.

AVERTISSEMENT. Pour déſigner les livres *argent*, je me ſervirai ſouvent du ſigne ℔; & pour déſigner les livres *poids*, je me ſervirai du ſigne ℔.

Suite des Multiplications ſimples. EXEMPLE I. *Par ℔ de France.*

La ℔ du ſafran à 13℔
Combien valent ℔ 45 ?

65
52.

Valeur en livres . . 585℔

EXEMPLE II. *Par ſols de France.*

La ℔ du ſavon à 12 ſols.
Combien valent . . 28 ℔.

96
24.

Valeur en ſols . . 336 ſols.
Valeur en livres . 16℔16 ſols.

Pour réduire 336 sols en livres, après avoir retranché la derniere figure, j'ai dit, en commençant par la gauche : la moitié de 3 est 1 & demi ; posez 1 & retenez la demie. Continuant, j'ai dit : 10 de retenus & 3 font 13 ; la moitié de 13 est 6 & demi ; posez 6 & retenez la demie qui vaut 10 sols. Continuant, j'ai dit : 10 s. & 6 font 16 sols, que je pose au rang des sols.

USAGE DE LA MULTIPLICATION.

Entre une infinité d'usages, la multiplication sert à réduire les grandes espèces en petites ; par exemple, les louis en écus, les écus en baches, &c. : les toises en pieds, les pieds en pouces, &c. &c.

PRINCIPE.

Pour réduire les grandes espèces en petites, il faut multiplier les grandes espèces par le nombre qui exprime combien de fois la petite est contenue dans la grande : le produit exprimera la valeur de la grande, réduite en petites espèces.

Réduction des louis-d'or en écus.

Dans 12 louis-d'or combien d'écus ? (le louis à 8 écus.)

OPÉRATION. Multipliez . 12 louis
par . . . 8
Vous aurez 96 écus.

EXEMPLE II.

Dans 12 louis-d'or combien y a-t-il d'écus ? (le louis à 8 éc. 8 bach.

OPÉRATION. Multipliez 12 louis
par . . 8 éc. 8 bach.
Vous aurez 96 éc. --
4. 16.
100 éc. 16 bach.

À part pour les baches.
12
par 8
96 baches.
4. 16.

Quant aux baches, vous les multiplierez à part, par le nombre des louis : dès-lors vous aurez un produit des baches que vous réduiſez en écus, d'après le principe donné; ou bien, vous mettrez à côté autant des baches que vous avez trouvé d'écus; vous réduirez alors ces baches en écus, & les ajouterez ſelon le rang des colonnes.

Réduction des écus en baches, cruches & deniers.

EXEMPLE.

Réduiſez 24 écus aux plus petites eſpèces.
Multipliés par 20 bach.
Vous aurez . 480 baches.
par . . 4 cruc.
Vous aurez 1920 cruches.
par . . 12 d.
3840
1920.
Vous aurez 23,040 deniers. = 24 écus.

Réduction des livres de France en ſols & deniers.

EXEMPLE.

Réduiſez . . 40^{tt} aux plus petites eſpèces.
Multipliés par . 20$^{f.}$
Vous aurez . 800 ſols.
par . 12$^{d.}$
Vous aurez 9600 deniers. = 40^{tt}

NOTA. Ce principe s'appliquera à toute eſpèce de réduction des grandes eſpèces en petites : il n'y a qu'à multiplier la grande, ainſi que nous l'avons dit ci-deſſus. Il en ſera de même de la réduction des toiſes en pieds, pouces & lignes ; de la réduction des années en mois, jours, heures, &c. &c.

DE

DE LA PREUVE DE LA MULTIPLICATION.

La preuve de la multiplication ſe fait par la diviſion : il faut diviſer le produit par le multiplicateur ; ſi le quotient redonne le multiplicande, l'opération eſt bien faite.

Il y en a encore une autre preuve qui ſe fait par la multiplication : elle conſiſte à doubler le prix & à dédoubler les quantités, ou à doubler les quantités & à dédoubler le prix : il eſt clair qu'on doit trouver le même produit. Cette derniere preuve eſt très-facile & du plus grand uſage.

Exemple de la ſeconde preuve.

L'aune à 8 écus.
Combien 12 aunes.
Prix . . 96 écus.

PREUVE.

Dites, l'aune à 16 écus.
Combien valent 6 aunes.
Prix . . 96 écus.

DE LA DIVISION.

DIVISER un nombre par un autre, c'eſt chercher combien de fois le ſecond eſt contenu dans le premier. Par exemple, diviſer 18 par 6, c'eſt chercher combien de fois 6 eſt contenu dans 18. Pour faire cette opération, on dit : en 18, combien de fois 6 eſt-il contenu ? On trouve qu'il y eſt contenu 3 fois : ainſi, 3 exprime dans la diviſion combien de fois 6 eſt contenu dans 18. Il y a donc trois choſes à remarquer dans la diviſion : le *dividende*, le *diviſeur*, & le *quotient*.

Le dividende eſt le nombre à diviſer ; le diviſeur eſt celui par lequel on diviſe ; & le quotient eſt le nombre qui exprime combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le dividende : dans l'exemple propoſé, 18

eſt le dividende, 6 eſt le diviſeur, & 3 eſt le quotient. La diviſion eſt donc une opération par laquelle on cherche un nombre qu'on appelle *quotient*, qui exprime combien de fois le dividende contient le diviſeur.

Pour faire la diviſion, on écrit le diviſeur à côté du dividende vers la droite, & on tire une ligne au-deſſous de l'un & de l'autre; laquelle ligne on coupe par un crochet, que l'on met entre le dividende & le diviſeur, pour les ſéparer. Lorſqu'on fait la diviſion, on place les chifres du quotient ſous le diviſeur, à meſure qu'on les trouve: ces préparations faites, on obſerve les régles ſuivantes. 1°. On prend le premier chifre du dividende, c'eſt-à-dire celui qui eſt le plus à gauche, & on conſidére combien de fois le diviſeur y eſt contenu pour écrire enſuite au quotient le caractère qui exprime combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le premier chifre du dividende: ſi le premier chifre du nombre à diviſer étoit plus petit que le diviſeur, on prendroit les deux premiers chifres, & on écriroit de même au quotient le caractère qui marqueroit combien de fois le diviſeur eſt contenu dans ces deux premiers chifres du dividende. En général, on prendra autant de chifres au dividende qu'il y en a au diviſeur, & toujours ſuffiſamment pour contenir le diviſeur. 2°. On multiplie le diviſeur par le chifre qu'on vient d'écrire au quotient pour en avoir le produit. 3°. Quand on a trouvé ce produit, on le porte ſous le dividende partiel, c'eſt-à-dire ſous les chifres du dividende ſur leſquels on a opéré, pour le ſouſtraire. 4°. La ſouſtraction faite, on abaiſſe le chifre ſuivant du dividende à côté du reſte, s'il y en a; & on opére ſur ce reſte, augmenté du chifre abaiſſé, comme ci-devant, en obſervant les régles données. 5°. On continue toujours de la même manière, juſqu'à ce qu'on ait opéré ſur tous les chifres du dividende, qu'on abaiſſe l'un après l'autre, & jamais deux à la fois: Dès-lors l'opération eſt finie.

Obſervation 1. Si le diviſeur n'étoit pas contenu dans le chifre du dividende ſur lequel on opére, alors il faudroit mettre zéro au quotient, c'eſt-à-dire qu'il faudroit exprimer qu'il n'y ait pas contenu: *cette remarque eſt des plus eſſentielles.*

Obſerv. 2. À meſure qu'on deſcendra quelque chifre, il eſt à propos de le frapper d'un petit point dans le dividende, afin de ne pas confon-

dre ceux qu'on abaiſſe avec les ſuivans; ce qui pourroit arriver quand il y a pluſieurs chifres dans le dividende qui ſont égaux.

Obſerv. 3. Il peut arriver deux cas relativement au quotient, ou que le quotient trouvé eſt trop fort, ou qu'il ne l'eſt pas aſſez. 1°. Il eſt trop fort, lorſque le produit du quotient par le diviſeur ne peut pas être ſouſtrait du dividende partiel; alors il faut le diminuer d'une unité, juſqu'à ce qu'on puiſſe effectuer la ſouſtraction. 2°. Le quotient n'eſt pas aſſez fort, lorſqu'après avoir ſouſtrait le produit du dividende partiel, le reſte eſt plus fort que le diviſeur, ou ſon égal; alors il faut augmenter le quotient d'une unité, juſqu'à ce que la ſouſtraction faite, le reſte ſoit moins fort que le diviſeur. Au reſte, avec l'uſage on connoîtra bientôt ſon quotient, pourvu néanmoins qu'on veuille ſe donner la peine d'apprendre le livret par cœur.

Obſerv. 4. On appelle *membre de diviſion*, ou *dividende partiel*, les chifres du dividende dans leſquels on cherche combien de fois le diviſeur y eſt contenu.

Tout cela va s'éclaircir par des exemples.

Il y a deux ſortes de diviſions; la ſimple & la compoſée. La diviſion ſimple eſt celle dont le diviſeur n'a qu'un chifre, comme lorſqu'on diviſe 48 par 4. La diviſion compoſée eſt celle dont le diviſeur a pluſieurs chifres, comme ſi l'on diviſoit 142 par 12.

DE LA DIVISION SIMPLE.

EXEMPLE I.

Diviſez la ſomme de 9408 écus à 4 perſonnes.

OPÉRATION.

Dividende . . 9408 écus. | 4 Diviſeur.

8 | 2352 Quotient.

14

12

20

20

08

8

0.

EXPLICATION.

1°. Je cherche combien de fois 4 eſt contenu dans le premier chifre du dividende ou dans 9; diſant: en 9 combien de fois 4? 2 fois. Je poſe 2 au quotient.

2°. Je multiplie ce quotient 2 par le diviſeur 4: je porte le produit qui eſt 8, ſous le premier membre de diviſion, c'eſt-à-dire ſous le 9.

3°. Je ſouſtrais ce produit 8 de 9; il reſte 1.

4°. A côté du reſte 1, j'abaiſſe le chifre ſuivant 4, que je marque d'un point ou virgule; ce qui me donne 14 pour ſecond membre de diviſion... Je recommence comme ci-deſſus, en diſant: en 14 combien de fois 4 eſt-il contenu? 3 fois. Je poſe 3 au quotient à côté du 2: je multiplie 3 par 4; ce qui donne 12, que je poſe ſous le nombre 14; je ſouſtrais, il reſte 2: à côté du reſte 2 j'abaiſſe le chifre ſuivant qui eſt 0; dès-lors on a 20 pour troiſieme membre de diviſion.

On recommence toujours de la même maniere, en diſant: en 20 combien de fois 4? Il y eſt contenu 5 fois. On poſe 5 au quotient, à côté du 3: on multiplie 5 par 4; on trouve 20 pour produit, qu'on porte ſous 20 dividende: ſouſtraction faite, il ne reſte rien.

On abaiſſe le chifre ſuivant 8, qu'on met à côté d'un point, qui tient place du reſte: on opére ſur ce chifre 8 comme ſur les autres. La ſouſtraction faite, il ne reſte rien. Alors l'opération eſt finie; & on trouve pour quotient 2352 écus; portion de chaque perſonne.

NOTA. Dans cet exemple il y a quatre membres de diviſion, ou quatre dividendes partiels; ſavoir, 9, 14, 20 & 8.

EXEMPLE II.

Diviſez 12024 écus par 6.

POSITION.

Dividende . . .	12024	6	Diviſeur.
	12	2004	Quotient.
	0024		
	24		
	0.		

EXPLICATION.

1°. Le premier chifre 1 n'étant pas ſuffiſant pour contenir le diviſeur, j'en ai pris deux: alors, mon premier membre de diviſion étant 12, j'ai dit: en 12 combien de fois 6? Il y eſt contenu 2, que j'ai poſé au quotient: multiplication & ſouſtraction faites, il n'a rien reſté.

2°. J'ai abaiſſé le zéro, en diſant: en 0 combien de fois 6? Il n'y eſt pas contenu: alors j'ai mis 0 au quotient, à côté du 2.

3°. J'ai abaiſſé le 2, en diſant: en 2 combien de fois 6 eſt-il contenu? N'y étant pas contenu, j'ai mis encore un ſecond 0 au quotient, à côté du premier.

4°. J'ai abaiſſé le chifre 4 du dividende à côté du 2: alors j'ai eu pour dernier membre du dividende le nombre 24. J'ai opéré, en diſant: en 24 combien de fois 6? Il y eſt contenu 4, que j'ai poſé au quotient à côté du 0. Multiplication & ſouſtraction faites, ne reſtant rien, l'opération eſt finie.

OBSERVATION.

Il faut toujours mettre le produit du quotient par le diviſeur ſous le dividende partiel pour faire la ſouſtraction, à moins que la ſouſtraction ne fut ſi aiſée que le reſte parut au premier coup-d'œil: s'il en eſt autrement, il faut poſer le produit & ne point faire la ſouſtraction de tête; on ſe fatigue, & très-ſouvent on fait les opérations fauſſes.

DE LA DIVISION COMPOSÉE.

La diviſion, avons-nous dit, eſt compoſée lorſque le diviſeur renferme pluſieurs chifres.

Les principes pour la diviſion compoſée ſont les mêmes que pour la diviſion ſimple.

EXEMPLE I.

Diviſez la ſomme de 4282 écus à 12 perſonnes.

OPÉRATION.

4282	12
36	356. $(\frac{10}{11})$
68	
60	
82	
72	
10.	

Enſorte que chaque perſonne aura 356 écus, & il reſte encore 10 écus à partager.

EXPLICATION.

Le premier membre de diviſion a été 42; parce qu'il y a deux chifres au diviſeur. En 42 combien de fois 12 eſt-il contenu? 3 fois. Nous avons poſé 3 au quotient: multipliant 3 par 12, il eſt venu 36, que nous avons poſé ſous le dividende partiel 42, pour le ſouſtraire: ſouſtraction faite, il a reſté 6: abaiſſant le chifre ſuivant 8, & le mettant à côté du reſte, nous avons eu pour ſecond membre 68, & nous avons dit: en 68 combien de fois 12 eſt-il contenu? Il eſt contenu 5 fois: nous avons poſé 5 au quotient à côté du 3: multipliant 5 par 12, nous avons eu pour produit 60; lequel ſouſtrait de 68, il a reſté 8. Abaiſſant le chifre ſuivant 2 à côté du reſte, nous avons eu pour troiſieme membre de diviſion 82: opérant comme ci-deſſus, nous avons eu 6 pour quotient: multiplication & ſouſtraction faites, il a reſté 10; lequel reſte 10 nous avons mis entre deux parentèſes à côté du quotient (10).

Nota 1°. Quand on veut opérer ſur le reſte, on le réduit à des plus petites eſpèces; comme, par exemple, s'il renferme des écus, on le réduit en baches en multipliant par 20, & on continue l'opération.

Nota 2°. Les explications données ſerviront pour tous les exemples à donner.

EXEMPLE II.

Diviſez : . . 7468 éc. | 224.

672 | 33. 6. 3. 1 ($\frac{160}{224}$ d.) = $\frac{5}{7}$ d.

748

672

Premier reſte d'écus . . 76 écus.
Qu'on multiplie par . 20

1520 baches.

1344

Second reſte de baches 176
Qu'on multiplie par . . 4

704 cruches.

672

Troiſieme reſte de cruc. 32
Qu'on multiplie par . . 12

384 deniers.

224

Quatrieme reſte en den. (160)

Enſorte que le véritable quotient eſt 33 éc. 6 bac. 3 cr. 1 $\frac{5}{7}$ d.

Nota 1°. Dans cette diviſion nous avons pris pour premier membre trois chifres, parce qu'il y en a trois au diviſeur : ſi les trois premiers chifres du dividende n'euſſent pu contenir les trois du diviſeur, nous en aurions pris quatre, &c. Enfin, nous le répéterons encore, il faut toujours en prendre au dividende ſuffiſamment pour contenir le diviſeur.

Nota 2°. Le premier reſte a été 76 écus; nous l'avons mis en baches, & nous avons continué l'opération. Le ſecond reſte a été 176 baches,

que nous avons mis en cruches, en multipliant par 4 ; & nous avons continué. Le troiſieme reſte a été 32 cruches, que nous avons mis en deniers, en multipliant par 12 ; & nous avons continué l'opération. Enfin le quatrieme reſte a été 160 deniers, qui n'ont pu donner qu'une fraction évaluée $\frac{5}{7}$ de deniers. La théorie des fractions apprendra à faire cette évaluation.

Nota 3°. Il faut avouer qu'il y a des occaſions où le quotient eſt aſſez difficile à trouver : mais ſi l'on fait attention qu'on ne peut jamais mettre plus de 9 au quotient pour un membre de diviſion, ainſi que je vais le démontrer ; ſi l'on ſait bien ſon livret, & ſur-tout ſi l'on compare le premier chifre du diviſeur avec le premier & ſecond chifres du dividende, comme je vais l'enſeigner ; on le trouvera très-facilement : on peut ſe tromper au premier coup, mais bien rarement au ſecond.

Méthode facile pour trouver le quotient dans les diviſions.

Pour trouver facilement le nombre de fois que le diviſeur entier eſt contenu dans le dividende partiel ſur lequel on opére, il faut examiner combien de fois le premier chifre du diviſeur eſt contenu dans le premier, & quelquefois en même tems dans le ſecond chifre du dividende, ce qui eſt très-aiſé à voir ; le nombre de fois que ce premier chifre du diviſeur ſera contenu dans le premier ou ſecond chifre du dividende, vous indiquera combien de fois le diviſeur entier ſera contenu dans le dividende partiel. C'eſt avoir déja fait un grand pas dans la pratique des diviſions. Cette méthode n'eſt cependant pas infaillible dans tous les cas, à cauſe de la retenue qui ſe fait, en multipliant le quotient trouvé par le diviſeur entier ; retenue qui fait que le produit trop grand ne peut pas être ſouſtrait du dividende partiel ſur lequel on vient d'opérer : mais avec un peu d'uſage & ſi l'on ſait bien ſon livret, il eſt fort aiſé de voir ſi la retenue augmentera tellement le produit du quotient par le diviſeur, qu'il ne puiſſe pas être ſouſtrait du dividende : dans ce cas on baiſſeroit d'une unité le quotient trouvé. On peut ſe tromper au premier coup, rarement au ſecond.

EXEMPLE

EXEMPLE AVEC EXPLICATION.

Je ſuppoſe qu'on donne 2760 à diviſer par 84.

2760	84
252	32
240	
168	
72.	

276 eſt le premier membre de diviſion : cela poſé, au lieu de dire en 276 combien de fois 84 eſt-il contenu ? (ce qui demanderoit trop de préciſion), je dis : en 27 combien de fois 8 eſt-il contenu ? Voyant facilement que 8 eſt contenu trois fois dans 27, & même beaucoup plus, je conclus que 84 eſt contenu 3 fois dans 276 : en effet, multipliant 84 par 3, je trouve pour produit 252, qui peut être ſouſtrait de 276, puiſqu'il y a pour reſte 24.

Ici j'ai comparé le premier chifre 8 du diviſeur, non-ſeulement avec le premier, mais encore avec le ſecond chifre du dividende 27 ; parce qu'effectivement ſi l'on mettoit en colonne le chifre 8 du diviſeur avec le dividende partiel, ce chifre correſpondroit avec 27, comme il eſt aiſé de le voir : 276

84

Dans la même régle il y a 24 pour reſte, & en baiſſant le zéro, on a encore 240 à diviſer par 84 : dès-lors, au lieu de dire : en 240 combien de fois 84 eſt-il contenu ? je dis : en 24 combien de fois 8 eſt-il contenu ? Il y eſt réellement contenu 3 fois ; mais comme je vois que la retenue de 4 par 3, jointe avec le produit de 8 par 3, donneroit un produit qui ne pourroit pas être ſouſtrait de 240, puiſque cela donneroit 252, je ne mets que 2 au quotient ; dès-lors l'opération eſt bonne, puiſqu'en multipliant 84 par 2, on a 168, qui peut être ſouſtrait de 240 : en effet, on trouve 72 pour reſte.

PRINCIPE.

On ne peut jamais mettre plus de 9 au quotient pour un des membres de diviſion.

DÉMONSTRATION.

Si l'on pouvoit mettre quelquefois plus de 9 au quotient pour un des membres de diviſion, ce ſeroit lorſque le dividende eſt le plus grand poſſible à trois chifres ou à tel autre nombre pris à volonté, & le diviſeur le plus poſſible à trois chifres auſſi : or, même dans ce cas, on ne peut pas mettre plus de 9 au quotient.

Prenons pour dividende le nombre 999, le plus grand poſſible à trois chifres, & prenons pour diviſeur le nombre 100, le plus petit poſſible à trois chifres : or, dans ce cas on ne peut pas mettre 10, car il faut toujours que le produit du quotient par le diviſeur puiſſe être ſouſtrait du dividende partiel ; or dans ce cas la ſouſtraction ſeroit impoſſible, puiſque le produit ſeroit 1000, & que 1000 ne peut pas être ſouſtrait de 999. Donc on ne peut pas mettre plus de 9 au quotient pour un des membres de diviſion, puiſque dans aucun cas on ne peut mettre 10.

EXEMPLE III.

Diviſez 640042 par 6421.

POSITION.

640042	6421
57789	99 éc. 13 bac. 2 cr. 4 d. $\frac{1988}{6421}$ de denier.
62152	
57789	

1er reſte en écus (4363 éc.)

NOTA. Dans cet exemple, j'ai pris les cinq premiers chifres du dividende pour premier membre de diviſion, parce que les quatre premiers n'étoient pas ſuffiſans pour contenir le diviſeur : dès-lors il n'y a eu que deux membres de diviſion pour les écus.

Il a reſté 4363 écus : en continuant l'opération, on réduiroit ce reſte en baches ; on opéreroit ſur les baches à l'ordinaire ; on réduiroit enſuite le reſte des baches en cruches, les cruches en deniers &c. & finalement on trouveroit pour quotient 99 écus, 13 baches, 2 cr. 4 den. avec la fraction de deniers $\frac{1281}{4421}$, laquelle ne vaut guère plus d'un tiers de denier.

Pour faire la preuve de cette derniere opération, il faudroit multiplier le quotient par le diviſeur pour retrouver le dividende ; mais comme cette multiplication ſeroit complexe & qu'elle ſuppoſe la réduction de petites eſpèces en grandes, je vais parler de cette réduction, afin de pouvoir faire la preuve des opérations qui vont ſuivre.

De la réduction des petites eſpèces en grandes.

Pour réduire les petites eſpèces en grandes, il faut diviſer la ſomme des petites eſpèces qu'on veut réduire, par le nombre qui exprime combien de fois la grande contient la petite. Le quotient exprimera la valeur de la grande eſpèce qu'on cherche. Ce principe s'appliquera à toute réduction. Ainſi, pour réduire les deniers de France en ſols, diviſez le nombre des deniers par 12, parce que le ſol vaut 12 deniers : pour réduire les ſols en livres, diviſez par 20 ; les livres en écus, par 3 ; les écus en louis, par 8 ; les livres en louis, par 24.

Les deniers en cruches, par 12 ; le cruche contenant 12 deniers (*).
Les cruches en baches, par 4.
Les baches en écus de 20 baches, par 20.
Les baches en écus de 25 baches, par 25.
Les écus en louis-d'or, par 8 ; (le louis à 8 écus.)
Les lignes en pouces, par 12.
Les pouces en pieds, par 12.
Les pieds en toiſes, par 6 ou par 10, ſelon les élémens de la toiſe.
Les minutes en heures, par 60.
Les heures en jours, par 24. &c. &c.

(*) Dans le Canton de Berne le cruche ne vaut que 6 deniers ; alors, pour réduire les deniers en cruches, on ne diviſeroit que par 6.

En général, on diviſera toujours par le nombre qui exprime combien de fois la grande quantité contient la petite.

Sur ce principe, on peut s'exercer & chercher combien il y auroit des ſols & livres de France, dans un tel nombre des deniers, comme 4526 den. : en diviſant par 12 ce nombre des deniers, pour avoir des ſols, & le nombre des ſols réſultans par 20, pour avoir des livres, on aura = 18liv. 17 ſ. 2 d.

OBSERVATION.

Quant à la réduction des baches en écus bons & écus petits de 20 baches, au lieu de ſe ſervir de la diviſion, on peut employer les méthodes déja indiquées pag. 19 pour les écus bons, & pag. 44 pour les écus de 20 baches; idem, pour réduire les ſols en livres : on verra encore ces méthodes renouvellées à la réduction des monnoies.

Quand nous avons dit que, pour réduire les écus en louis-d'or, il falloit diviſer par 8, nous avons entendu qu'il étoit queſtion des écus de France ou de Berne : il en eſt tout autrement lorſqu'il eſt queſtion de réduire ce qu'on appelle *écus petits* du Canton de Fribourg; car alors il faudroit réduire les écus en baches & diviſer par 168, parce que le louis contient 168 baches de ce Canton.

Nous enſeignerons une méthode plus facile à l'article de la réduction des différentes monnoies.

De la preuve de la Diviſion.

La preuve de la diviſion conſiſte à multiplier le quotient par le diviſeur : ſi le produit redonne le dividende, l'opération eſt bonne. En effet, ſelon la notion de la diviſion, le quotient marque combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le dividende : par conſéquent, en prenant le diviſeur autant de fois qu'il eſt marqué par le quotient, on doit trouver une grandeur égale au dividende, ou plutôt le dividende lui-même.

Maniere abrégée de faire la Diviſion.

Premier cas. Lorſque le diviſeur eſt l'unité, ſuivie d'un ou de plu-

fieurs zéros, on peut abréger la diviſion : alors il faut retrancher par la droite, autant de chifres au dividende qu'il y aura de zéros au diviſeur : tout ce qui ſe trouve à gauche dans le dividende, eſt le quotient déſiré. Si le chifre ou chifres retranchés ſont poſitifs, on les réduit à des plus petites eſpèces, & on continue toujours l'opération en coupant un, deux chifres, &c. ſelon qu'il y a des zéros au diviſeur.

EXEMPLE I.

Diviſez 456 écus par 10.

OPÉRATION.

Dividende . . 45|6 | 10 Diviſeur.
par . . . 20 | 45 éc. 12 bach. Quotient.
12|0

Dans cet exemple, n'y ayant qu'un zéro au diviſeur, je n'ai retranché que la derniere figure ; dès-lors 45 a été mon quotient : il a reſté 6 écus, que j'ai mis en baches ; j'en ai eu 120 ; & coupant de nouveau la derniere figure, j'ai eu en tout 45 écus, 12 baches.

EXEMPLE II.

Diviſez 58428 écus par 100.

POSITION.

584|28 | 100
par . . . 20 | = 584 éc. 5 bac. 2 cr. 4 d. $\frac{80}{100}$. Quotient.
5|60
par . . 4
2|40
par . . 12
4|80

Quand il y a des reſtes des cruches, on ne multipliera ce reſte que par 6, ſi l'on ne veut compoſer le cruche que de 6 deniers ; mais la maniere d'opérer ſera toujours la même.

La diviſion abrégée par $\frac{0}{0}$, ainſi que nous venons de la faire, eſt la baſe de la ſolution d'une infinité d'autres belles régles, comme on le verra dans la ſuite: il importe d'en bien connoître le principe. Ce ſigne $\frac{0}{0}$ ſignifie 100.

Second cas. Lorſque le dividende & le diviſeur ſont ſuivis immédiatement de pluſieurs zéros, alors on retranche autant de zéros d'un côté que de l'autre, & on diviſe par le reſte: on trouve le même quotient en opérant ainſi qu'en opérant avec le dividende & le diviſeur entiers.

EXEMPLES.

Diviſez 3600 par 300.

POSITION.

36|00	3|00
	12 pour quotient.

Dans cet exemple on a retranché deux zéros, tant au dividende qu'au diviſeur, & on a diviſé ſeulement 36 par 3. On trouve le même quotient en opérant ainſi qu'en diviſant 3600 par 300.

Diviſez 36000 par 400, en tirant deux zéros de part & d'autre, il reſte 360 à diviſer par 4, qui donne 90 pour quotient.

CONSÉQUENCES.

Des principes établis, il s'enſuit 1°. que pour prendre le dixieme d'une ſomme des livres, il n'y a qu'à retrancher le dernier chifre, & doubler ce chifre retranché pour avoir des ſols; les autres chifres reſtent tels qu'ils ſont & expriment des livres.

Il en eſt de même pour prendre le dixieme d'une ſomme d'écus: le chifre retranché & doublé donne des baches; le reſte donne des écus.

EXEMPLE.

Prenez le dixieme de 54\|8^{tt} de France, vous aurez 54^{tt} 16 ſols.

Prenez le dixieme de 64\|2 écus, vous aurez 64 écus, 4 baches.

2°. Pour prendre le centieme d'une ſomme, coupez les deux derniers chifres; ce qui reſte ſera le centieme.

3°. Pour prendre le vingtieme d'une ſomme, retranchez le dernier chifre, & prenez la moitié du reſte. C'eſt ſur ce dernier principe qu'on réduit les baches en écus de 20, & les ſols en livres.

4°. Pour faire la diviſion par 1000, ou pour prendre le millieme d'une ſomme, il n'y a qu'à retrancher les trois derniers chifres; ce qui reſte à gauche ſera le quotient. Si les chifres retranchés ſont poſitifs, on les réduit aux petites eſpèces, & l'on continue l'opération en coupant les trois derniers chifres: la fraction qui reſte peut toujours ſe négliger.

NOTA. En diviſant des ſemblables nombres ſelon les régles ordinaires, on trouvera les mêmes quotiens qu'on trouve par ces méthodes abrégées.

Raiſons mathématiques de ces opérations.

Comment peut-il arriver qu'en retranchant les deux derniers chifres d'un nombre, le reſte donne le centieme? Ayant, par exemple, le nombre 4500 écus; comment, en retranchant les deux zéros, le nombre 45 ſe trouve-t-il être le centieme de 4500?

Réponſe. Vouloir prendre le centieme d'un nombre, c'eſt vouloir rendre le nombre cent fois plus petit: or, en retranchant un chifre d'un nombre, comme 4500, on rend ce nombre dix fois plus petit; puiſque le chifre 4, qui occupoit le rang des mille, n'occupe plus que le rang des centaines: en retranchant un ſecond chifre, on le rend encore dix fois plus petit, puiſque le chifre 4 n'occupe plus que le rang des dixaines; or rendre dix fois plus petit un nombre qui a été déja rendu dix fois plus petit, c'eſt le rendre cent fois plus petit: donc en retranchant les deux chifres d'un nombre, on le rend cent fois plus petit, & conſéquemment on en prend le centieme.

Pourquoi, en coupant le dernier chifre d'un nombre & en prenant la moitié du reſte, prend-on le vingtieme?

Réponſe. En retranchant le dernier chifre, on rend le nombre dix fois plus petit; en prenant la moitié, on le rend deux fois plus petit;

or rendre deux fois plus petit ce qui a déja été rendu dix fois plus petit, c'eſt le rendre vingt fois plus petit; donc &c.

Méthode pour ſe rendre très-aiſée la pratique de certaines diviſions difficiles en elles-mêmes.

Il y a une infinité d'occaſions où l'on peut ſe faciliter la pratique des diviſions les plus difficiles. Pour cela, il n'y a qu'à réduire le dividende & le diviſeur à leur plus petite expreſſion; ce qui ſe fait en prenant leurs moitiés, moitié de moitié, leurs tiers, tiers ſur tiers, ſelon que les termes ſont réductibles. Cela fait, diviſez le dividende par le diviſeur ainſi réduits, vous trouverez le même quotient en opérant ainſi, qu'en opérant ſur le dividende par le diviſeur entier.

Je ſuppoſe que l'on donne à diviſer 96 écus, 8 baches, par 16, en réduiſant le dividende & le diviſeur à l'expreſſion la plus ſimple, on a 12 écus, 1 bache, à diviſer par 2: or il eſt plus aiſé de diviſer 12 éc. 1 bac. par 2, que 96 éc. 8 bac. par 16. Dans les deux cas, on trouvera 6 écus, 2 cr. au quotient.

Cette méthode eſt très-commode dans les grandes diviſions; elle ſert dans les régles de *trois*, de *compagnie*.

Obſervez que ſi le dividende & le diviſeur n'étoient pas diminués dans le même rapport, la régle ſeroit fauſſe.

DES DIVISIONS COMPLEXES.

Les diviſions ſont complexes, lorſque le dividende renferme des quantités de différente eſpece, comme livres, ſols & deniers; écus, baches, cruches, &c.

Le principe eſt toujours le même que celui donné pour les autres diviſions: on obſervera ſeulement d'ajouter les baches du dividende, avec les baches qui proviennent des reſtes d'écus qu'on réduit en baches; il en eſt de même des cruches du dividende, qu'on ajoute avec celles qui proviennent des reſtes des baches qu'on réduit en cruches.

Même principe pour les livres, ſols & deniers, ainſi que pour tout dividende qu'on pourroit donner.

EXEMPLE.

EXEMPLE. *Par livres de France.*

Diviſez la ſomme de 458^{tt} 16 ſ. 10 d. à 12 perſonnes.

POSITION.

Dividende . . . . 458^{tt} 16 ſ. 10 d. | 12. Diviſeur.

36 | 38^{tt} 4 ſ. 8 d. $\frac{10}{12}$. Quotient.

98
96

Reſte des livres . . 2^{tt}
Multipliez par . . 20

40
Ajoutez les ſols du divid. 16 ſ.

Continuez la diviſion . 56 ſols.

48

Reſte des ſols . . . . 8 ſ.
Multipliez par . . . 12

96 d.
Ajoutez les den. du divid. 10

106 d.
96

Reſte de deniers . . (10 d.) Ce reſte ſe met en fraction au quotient.

Enſorte que chaque perſonne aura 38^{tt} 4 ſ. 8 d. $\frac{10}{12}$ de denier.

Pour faire la preuve de cette régle, il faut que le quotient multiplié par le diviſeur, redonne le dividende.

PREUVE.

Multipliez	38^{tt}	4 f.	8 d.	
par . .	12	.	.	
	76^{tt}	. f.	. d.	
	38.			
	. . 2	8	.	produit des ſols.
	. . .	8	.	produit des deniers.
	. . .	.	10	pour le reſte.
Dividende =	458^{tt}	16$^{f.}$	10$^{d.}$	

Pour faire ces multiplications complexes, il faut multiplier les ſols par côté, & les réduire en livres, d'après les principes donnés pag. 45. Il faut multiplier auſſi à part les deniers, les réduire en ſols, & ajoûter les produits à leur colonne reſpective.

Ici nous avons eu 48 f. puiſque 4 fois 12 = 48; ce qui fait 2^{tt} 8 f. Nous avons eu 96 deniers, puiſque 8 fois 12 = 96; ce qui fait 8 ſols. Nous avons de plus ajouté les 10 den. qui avoient reſté dans l'opération, & ajoutant le tout enſemble, nous avons retrouvé le dividende: nous avons conclu de-là que l'opération étoit juſte.

On ne doit jamais oublier d'ajouter les reſtes; ſans cela les preuves ne ſeront jamais exactes.

Les multiplications complexes, que je ferai connoître après la diviſion, donneront une grande facilité pour les preuves: en attendant on doit ſavoir, ainſi que je l'ai déja dit, qu'il faut multiplier à part toutes les parties du multiplicande par le multiplicateur; réduire enſuite les petites eſpèces en grandes, & les ajouter à leur colonne reſpective.

Application & uſage de la Diviſion.

EXEMPLE II. *Par écus de 20 baches.*

12 aunes de drap ont coûté 164 écus, 5 baches, 2 cruches; on demande le prix de l'aune?

Il importe de ſavoir connoître ſon dividende : de deux nombres donnés, celui-là ſera le dividende qui aura des eſpèces conformes au quotient; ainſi dans cet exemple 164 éc. 5 b. 2 cr. ſera le dividende.

POSITION.

Dividende .. 164 éc. 5 bac. 2 cr. | 12. Diviſeur.

$13^{éc.}\ 13^{b.}\ 3^{cr.}\ 2^{d.}$ prix de l'aune.

Opérez d'après le principe établi : réduiſez toujours les reſtes qui peuvent ſe rencontrer, à une plus petite eſpèce ; & ajoutant à ce produit l'eſpèce qui peut ſe rencontrer dans le dividende, vous aurez pour prix de l'aune 13 éc. 13 bac. 3 cr. 2 d. Si l'on multiplie les 2 cr. qui reſtent par 6, on trouvera un denier de différence.

PREUVE.

Dites, l'aune à 13 éc. 13 bac. 3 cr. 2 d.
Combien valent 12 aun. . . . .

26	.	.	.	
13.	.	.	.	
..7	16	.	.	produit des baches.
...	.9	.	.	produit des cruches.
...	..	2	.	produit des deniers.
Dividende = 164.		5.	2.	.

Pour la preuve, nous avons multiplié à part 12 par 13 baches; ce qui fait 156 baches, ou 7 écus, 16 baches. Nous avons multiplié 12 par 3 cr. = 36 cr. ou 9 baches. Nous avons multiplié 12 par 2 den. = 24 den. ou 2 cr. Ajoutant le tout, on retrouve le dividende.

EXEMPLE III. *Par livres de France.*

100 chevaux ont coûté 54281^{tt} 15 ſ. 8 den. combien coûte le cheval ?

POSITION.

Dividende . .	542|81^{tt} 15 ſ. 8 d.	100. Diviſeur.
× par	20	542^{tt} 16 ſ. 4 d. $\frac{28}{100}$. prix du cheval.
	1620	
	15 ſ.	
	16|35 ſols.	
× par	12	
	70	
	35 .	
	. . 8	
	4|28 d.	

PREUVE.

Le cheval à	542^{tt}	16 ſ.	4 d.	
Combien	100$^{chev.}$		.	
	54200	.	.	
	. . . 80	.	.	produit des ſols.
	 1	13.	4.	produit des deniers.
	. . . . .	. 2.	4.	reſte des deniers (28 d.)
Dividende =	54281.	15.	8.	

Ici, multipliant 100 par 16 ſols, nous avons eu 1600 ſ. ou 80^{tt}: multipliant 100 par 4 deniers, nous avons eu 400 deniers; & en les réduiſant, nous avons trouvé 1 l. 13 ſ. 4 d.: enfin, en ajoutant les 28 deniers qui ont reſté dans l'opération, nous avons completté la preuve.

EXEMPLE IV. *Par livres de France.*

8 quintaux de ſucre ont coûté 2240^{tt} 18 ſols; combien le quintal? combien la livre?

Dans cette régle il y a deux opérations à faire: par la premiere, on cherche le prix du quintal; par la ſeconde, celui de la livre.

1ere. OPÉRATION.

Diviſez 2240tt 18 ſ. | 8 quintaux.
280tt 2 ſ. 3 d. prix du quintal.

2de. OPÉRATION.

Pour trouver le prix de la livre, diviſez le prix du quintal par 100, en retranchant les deux derniers chifres.

Ci . . 280tt 2 ſ. 3 d. | 100.
2tt 16 ſ. (27 d.) prix de la ℔.

1ere. PREUVE.

La preuve ſe faiſant à reculons, dites:

La ℔ du ſucre à 2tt 16 ſ. 0 d.
Combien valent ℔ 100? —

200tt 0 ſ. 0 d.
. 80 0 0 produit des ſols.
. . . 2 3 pour les 27 den. de reſte.

Valeur du quintal = 280tt 2 ſ. 3 d.

2de. PREUVE.

Le quintal à 280tt 2 ſ. 3 d.
Combien 8 qtx. 0

2240tt 16 ſ. 0 d.
. . . . 2 0

2240tt 18 ſ. 0 d. valeur de 8 quintaux.

EXEMPLE V. *Par écus de 20 bachcs.*

3 quintaux 20 livres de café ont coûté 314 écus; combien la livre? combien le quintal?

1ere. OPÉRATION.

Réduiſez les 3 quintaux en livres, en les multipliant par 100, & ajoutez au produit les 20 livres; vous aurez en total 320 ℔: diviſant alors le prix par les livres, vous aurez ci:

Dividende . . 314 écus. | 320 ℔. Diviſeur.
19 bac. 2 cr. 6 d. prix de la livre.

NOTA. Le dividende 314 ne ſe trouvant aſſez fort pour contenir le diviſeur, nous l'avons réduit en baches, en le multipliant par 20, & nous avons opéré ſelon les régles ordinaires.

2de. OPÉRATION.

Pour avoir le prix du quintal, multipliez le prix de la ℔ par 100.

Dites: la livre à 19 bac. 2 cr. 6 d.
Combien 100 ℔? .

1900	.	.	produit des baches.
..50	.	.	produit des cruches.
..12	2	.	produit des deniers.

Valeur en baches = 196|2 2 cr.
Valeur en écus = 98 éc. 2 b. 2 prix du quintal.

PREUVE.

Dites: le quintal à 98 écus, 2 bac. 2 cr.
Combien valent 3 quint. 20 ℔?

294 éc.	6 b.	0 cr.	
...	1	2	
.19	12	2	pour les 20 livres.
Valeur de 3 quint. 20 ℔. 314 écus.	0	0	

20 livres étant la cinquieme partie du quintal, nous avons pris pour leur valeur, le cinquieme du prix du quintal; ce qui a donné 19 écus, 12 baches, 2 cruches.

Les multiplications complexes que nous allons faire, ſerviront infiniment pour faire de telles opérations.

DIVISIONS FRACTIONNAIRES.

Les diviſions ſont fractionnaires, lorſque le diviſeur renferme des entiers avec des fractions, comme des moitiés, des quarts, des demi-quarts, &c.

La moitié eſt exprimé ainſi $\frac{1}{2}$; le quart $\frac{1}{4}$; trois quarts $\frac{3}{4}$; un demi-quart $\frac{1}{8}$; un tiers $\frac{1}{3}$; un demi-tiers $\frac{1}{6}$, &c.

Dans la partie des fractions, on verra la formation & décompoſition des nombres fractionnaires.

EXEMPLE.

Thomas a acheté 12 aunes $\frac{1}{2}$ de drap, pour la ſomme de 402^{tt} 6 ſ. on demande le prix de l'aune ?

SOLUTION.

1°. Réduiſez les aunes en demies, en les multipliant par 2, & ajoutez au produit la demi-aune que vous avez déja ; cela vous donnera en tout 25 demi-aunes : ces demies ſeront le diviſeur.

2°. Vous diviſerez alors le prix par 25 demies ; le quotient donnera le prix de la demi-aune ; mais pour avoir le prix de l'aune, vous ne ferez que doubler ce quotient, ou bien vous le multiplierez par 2 : la ſomme, ou le produit, vous donneront le prix de l'aune.

OPÉRATION.

Dividende 402^{tt} 6 ſols. | 25 demi-aunes.

16^{tt} 1$^{f.}$ 10$^{d.}$ (2^{dr}) prix de la $\frac{1}{2}$ aune.

× par .. 2 . .

32^{tt} 3$^{f.}$ 8$^{d.}$ prix de l'aune.

PREUVE.

Dites : l'aune à 32 ᵗᵗ 3 ſ. 8 d.
Combien valent 12 aun. ½ ?

64 ᵗᵗ	0 ſ.	0 d.	
32.	0	0	
.. 1	16	0	produit des ſols.
...	8	0	produit des deniers.
. 16	1	10	pour la demi-aune.
...	0	2	reſte de la diviſion.
Valeur de 12 aun. ½ . 402 ᵗᵗ	6 ſ.	0 d.	

NOTA. S'il y avoit des quarts dans le diviſeur, on mettroit tous les entiers en quarts, en les multipliant par 4, & on ajouteroit à ce produit les quarts que l'on auroit déja : on diviſeroit enſuite par les quarts ; dès-lors le quotient donneroit le prix du ¼ ; mais pour avoir le prix de l'entier, on multiplieroit par 4 la valeur du ¼ : on fera le même raiſonnement reſpectif pour toutes les fractions qui accompagneront les entiers.

EXEMPLE.

5 aunes ¾ ont coûté 132 liv. 14 ſols ; combien l'aune ?

OPÉRATION. Réduiſez les aunes en quarts, en les multipliant par 4, vous aurez 20 quarts ; à ce produit ajoutez les ¾ que vous avez déja, vous aurez en totalité 23 quarts. Ces 23 quarts ſeront le diviſeur.

132 ᵗᵗ 14 ſols. | 23 quarts.
5 ᵗᵗ 15 ſ. 4 d. prix du ¼ (avec 16 d. de reſte.)
× par 4 .. .
23 ᵗᵗ 1 ſ. 4 d. prix de l'aune.

PREUVE.

PREUVE.

Dites : l'aune à 23^{tt} 1$^{f.}$ 4$^{d.}$
Combien valent 5 aun. $\frac{3}{4}$?

115^{tt}	5$^{f.}$	0$^{d.}$	
...	1	8	
.11	10	8	pour la $\frac{1}{2}$.
..5	15	4	pour le $\frac{1}{4}$.
...	.1	4	pour les 16 d. qui ont reſté.
Valeur de 5 aun. $\frac{3}{4}$ = 132^{tt}	14$^{f.}$	0$^{d.}$	

Il ne faut pas oublier d'ajouter le reſte quand on fait la preuve; ſans cela on ne trouveroit pas exactement ſon compte.

Par la théorie des fractions on apprendra à opérer ſur les reſtes.

On verra cette même régle traitée dans l'article de la diviſion des fractions; on y verra qu'en opérant ſur le reſte, l'aune vaut 23 liv. 1 ſ. 6 d. $\frac{18}{23}$ de denier.

Je crois avoir expliqué les diviſions & leurs principes, de maniere à avoir prévu toutes les difficultés: auſſi puis-je avancer que ſi l'on fait ſon livret, avec les principes donnés, on ne ſera jamais embarraſſé.

J'ai fait, à-peu-près, toutes les opérations dans leur entier, afin que les commençans n'éprouvent pas de difficulté.

Je finirai par un exemple de la diviſion & partage, ſelon l'uſage des pays où les enfans mâles ont le tiers du bien du père avant tout partage.

PROBLÈME.

Un père en mourant laiſſe 25453 écus à ſes enfans, parmi leſquels il y a 5 garçons & 3 filles; avec cette clauſe, que les garçons auront le tiers prélevé partageable entr'eux, & une portion égale ſur le reſte: on demande de faire ce partage.

1$^{ere.}$ OPÉRATION.

Prenez le tiers de 25453, en diviſant par 3; vous aurez ci . . 25453 | 3

8484 éc. 6 bac. 2 cr. 8 d. pour le $\frac{1}{3}$.

2de. OPÉRATION.

Partagez ce tiers entre les 5 garçons, vous aurez ci :

8484 éc. 6 bac. 2 cr. 8 d. | 5

1696 éc. 17 b. 1 cr. 4 d. pour chaque garçon.

3e. OPÉRATION.

Du bien du père qui eſt 25453 éc. 0 bac. 0 cr. 0 d.

Tirez le $\frac{1}{3}$ trouvé . . . 8484. 6. 2. 8.

Il reſtera . . . . . 16968. 13. 1. 4.

4e. OPÉRATION.

Partagez ce reſte, 16968 é. 13 b. 1 c. 4 d. entre les 8 enfans, vous aurez ci.. 16968 éc. 13 b. 1 c. 4 d. | 8

2121 é. 1 b. 2 c. 8 d. pour chaque enfant.

5e. OPÉRATION.

Formez la part d'un garçon, vous aurez ci :

Pour ſa portion ſur le $\frac{1}{3}$ . . . . . 1696 éc. 17 bac. 1 cr. 4 d.

Pour ſa portion ſur le reſte, ou ſon 8e. 2121. 1. 2. 8.

Portion d'un garçon . . . . . 3817. 19. 0. 0.

PREUVE.

Portion des garçons. .	1. . . .	3817 éc.	19 bac.	0 cr.	0 d.
. . . . .	2. . . .	3817	19	0	0
. . . . .	3. . . .	3817	19	0	0
. . . . .	4. . . .	3817	19	0	0
. . . . .	5. . . .	3817	19	0	0
Portion des filles. . .	1. . . .	2121	1	2	8
. . . . .	2. . . .	2121	1	2	8
. . . . .	3. . . .	2121	1	2	8

8 enfans. 25453 écus. Le bien du père.

Il y a une autre preuve qui consisteroit à multiplier par 5 la portion d'un garçon, & par 3 la portion d'une fille : on ajoute ensuite ces deux produits qui doivent redonner le bien du père.

CONCLUSION.

Si vous voulez prendre la moitié d'un nombre, divisez ce nombre par 2 ; le quotient vous donnera la moitié. Si vous voulez en prendre le tiers, divisez-le par 3 : pour le quart, par 4 : pour le cinquieme, par 5 : pour le sixieme, par 6, &c.

Le principe de réduction des petites espèces en grandes étant actuellement connu, nous allons expliquer les multiplications complexes que nous avons renvoyées à traiter ici, ainsi que nous l'avons déja dit, à cause de ce principe de réduction dont la connoissance est absolument nécessaire pour faire ces opérations.

DES MULTIPLICATIONS COMPLEXES HÉTÉROGÈNES.

On appelle *multiplication complexe hétérogène*, celle où le multiplicande & le multiplicateur contiennent des quantités de différente nature ; comme si l'on disoit : combien coûteront 4 aunes $\frac{1}{4}$, à 8 écus, 16 baches, 2 cr. l'aune ?

PRINCIPE 1.

Pour bien faire ces multiplications, il faut savoir la division, à cause de la réduction des petites espèces en grandes, ainsi que nous l'avons fait remarquer.

PRINCIPE 2.

Il est bon de s'exercer à bien fractionner un nombre pris à volonté ; c'est-à-dire de l'épuiser, en prenant moitié sur moitié, jusqu'à ce qu'on arrive à zéro. Dès qu'on est bien exercé là-dessus, on n'est pas embarrassé pour évaluer toutes les fractions qui peuvent se rencontrer dans ces multiplications.

EXEMPLE.

Fractionnez le nombre	33[tt]	15 f.	8 d.
Prenez la $\frac{1}{2}$ =	16	17	10
idem .	8	8	11
.	4	4	5
.	2	2	2
.	1	1	1
.	0	10	6
idem.	.	5	3
.	.	2	7
.	.	1	3
.	.	0	7
.	.	.	3
.	.	.	1
idem.	.	.	0

NOTA. Les demies qui reſtent ſur les deniers ſe négligent. Pour bien fractionner un nombre, il faut que ce qui reſte d'une colonne ſoit rejetté ſur la ſuivante; alors on a la moitié d'un nombre en droite ligne; ce qui eſt infiniment avantageux, comme on le verra bientôt. Dans l'exemple précédent, pour prendre la moitié de 33[tt] 15 f. 8 d. j'ai dit, en commençant par la gauche: la moitié de 3 eſt 1, que je poſe; reſte une demie qui vaut 10: 10 & 3 = 13. La moitié de 13 eſt 6, que je poſe: reſte une livre, qui vaut 20 ſols: 20 & 15 = 35 f. La moitié de 35 = 17, pour 34 poſe 17 f. reſte un ſol, qui vaut 12 den. 12 & 8 = 20 d. La moitié eſt 10 den. que je poſe. On feroit de même ſi l'on vouloit continuer, & alors toutes les moitiés ſe trouvent en ligne droite.

PRINCIPE 3.

Dans les multiplications complexes, il y a des fractions telles que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$.

Il faut ſavoir que le $\frac{1}{16}$ eſt la moitié du $\frac{1}{8}$; le $\frac{1}{8}$ la moitié du $\frac{1}{4}$; le $\frac{1}{4}$ la moitié de la $\frac{1}{2}$, & la $\frac{1}{2}$ eſt la moitié du tout. Ainſi pour évaluer le $\frac{1}{16}$,

c'eſt-à-dire la ſeizieme partie d'un tout, comme d'une aune, on prendra la moitié de la valeur du $\frac{1}{8}$. Pour évaluer le $\frac{1}{8}$, c'eſt-à-dire la huitieme partie d'un tout, on prendra la moitié de la valeur du $\frac{1}{4}$; pour le $\frac{1}{4}$, on prendra la moitié de la valeur de la $\frac{1}{2}$. Pour évaluer la $\frac{1}{2}$, on prendra la moitié de la valeur du tout ou de l'entier.

On doit ſavoir encore, qu'on employe dans le commerce d'autres fractions, comme $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$. Le $\frac{1}{12}$ eſt la moitié du $\frac{1}{6}$; le $\frac{1}{6}$ eſt la moitié du $\frac{1}{3}$, & le $\frac{1}{3}$ eſt la troiſieme partie du tout. Ainſi, pour évaluer le $\frac{1}{12}$, on prendra la moitié du $\frac{1}{6}$; pour le $\frac{1}{6}$, on prendra la valeur du $\frac{1}{3}$; & pour le $\frac{1}{3}$, on prendra la troiſieme partie du tout.

PRINCIPE 4.

Dans les multiplications complexes, il faut toujours commencer ſon opération par la gauche, c'eſt-à-dire par les plus grandes quantités, en multipliant le multiplicande entier par chaque membre du multiplicateur. S'il y a des baches, il faut les multiplier à part, & les réduire: on fera de même pour les cruches & deniers, s'il y en a.

EXEMPLE I. *Par écus de baches, argent de Berne.*

Combien coûtent 26 aunes $\frac{1}{2}$ de drap, à 13 éc. 14 bac. l'aune?

POSITION.

Dites: l'aune à 13 éc. 14 bach.
Combien valent 26 aun. $\frac{1}{2}$?

78 éc.	0 bac.
26.	0
.18	4
..6	17 pour la $\frac{1}{2}$.
Valeur = 363 éc.	1 bac.

À part pour les baches.

14
par 26
364
18 é. 4 bac.

EXPLICATION.

1°. J'ai multiplié 13 écus par 26: là, il n'y a pas de difficulté.
2°. J'ai multiplié à part ou par côté, 14 baches par 26; ce qui m'a

donné 364 baches ; lesquels j'ai réduit en écus, d'après le principe donné pag 44 ; & j'ai porté le produit 18 éc. 4 b. au rang des colonnes. 3°. Pour évaluer la $\frac{1}{2}$ aune, j'ai pris la moitié de la valeur de l'aune, c'est-à-dire la moitié de 13 éc. 14 bac. ; ce qui a donné 6 éc. 17 bach. Ajoutant ensuite tous ces différens produits, j'ai trouvé 363 éc. 1 bac. pour valeur de 26 aunes $\frac{1}{2}$.

Premiere preuve par la division.

La preuve de la multiplication se faisant par la division, il faut diviser le produit par le multiplicateur : dès-lors la division étant fractionnaire, on réduit le multiplicateur, 26 aunes $\frac{1}{2}$, en demies ; ce qui donnera 53 demies ; on aura

ci . . produit 363 éc. 1 bac. | 53 demies. Multiplicateur.
| 6 éc. 17 bac. pour la $\frac{1}{2}$.
× 2 0
Multiplicande = 13 éc. 14 bac. pour l'aune.

Retrouvant le multiplicande, on doit conclure que l'opération est juste.

Seconde preuve par la multiplication.

La preuve par multiplication se fait, comme nous l'avons déja enseigné, en doublant le multiplicande & en déboublant le multiplicateur, ou *vice versâ*.

Multiplicande doublé, dites : l'aune à 27 éc. 8 bac.
Multiplicateur déboublé . . . combien 13 aun. $\frac{1}{4}$?

81 éc. 0 bac.
27. 0
. . 5 4 pour les baches.
. . 6 17 pour le $\frac{1}{4}$.
Produit = 363 éc. 1 bac.

On retrouve la même valeur ; donc l'opération eſt juſte. Cette ſeconde preuve eſt quelquefois préférable ; la théorie des fractions eſt ordinairement néceſſaire pour les faire.

EXEMPLE II.

L'aune du drap à 11 éc. 17 bac. 3 cr. 3 d.
Combien . . 65 aunes $\frac{1}{4}$?

55 éc.	0	0	0	
66.	0	0	0	
. 55	5	0	0	pour les baches.
. . 2	8	3	0	pour les cruches.
. . .	8	0	3	pour les deniers.
. . 5	18	3	4	pour la $\frac{1}{2}$.
. . 2	19	1	5	pour le $\frac{1}{4}$.
Valeur = 782 éc.	0 bac.	1 cr.	0 d.	

EXPLICATION.

1°. Après avoir multiplié 65 par 11 écus, multipliez à part 65 par 17 baches, vous trouverez 1105 bach. ou 55 éc. 5 bac. qu'on ajoute. 2°. Multipliant 65 par 3 cruches, vous trouvez 195 cr. & en les réduiſant en baches, des baches en écus, on trouve $2^{éc.}\ 8^{bac.}\ 3^{cr.}$ qu'on ajoute. 3°. Multipliant toujours à part, 65 par 3 deniers, vous aurez 195 d. en les réduiſant en cruches, baches, on trouve 8 bac. 3 d. 4°. Pour la $\frac{1}{2}$, prenez la moitié du prix de l'aune. 5°. Pour le $\frac{1}{4}$, prenez la moitié de la valeur de la moitié. 6°. Ajoutez enſuite tous ces différens produits, vous trouverez pour valeur déſirée 782 éc. 0 b. 1 cr.

On voit par cet exemple, à-peu-près le plus difficile, qu'il faut multiplier tout le multiplicande par chaque membre du multiplicateur ; ſans quoi l'opération ſeroit fauſſe.

Ces explications données, s'appliqueront à tous les exemples qui vont ſuivre.

Dans ces opérations, je n'ai pris le cruche que pour 6 deniers: tantôt je le conſidère compoſé de 12 den. tantôt de 6, à cauſe de l'uſage des lieux, ou de la valeur reſpective de l'argent: au reſte, la différence n'eſt guère ſenſible.

Multiplication par livres de France.

Le principe eſt toujours le même: on multipliera à part les ſols & les deniers; on les réduira enſuite d'après les principes donnés. Les preuves ſont les mêmes.

EXEMPLE III.

Combien coûteroient 3 livres $\frac{7}{8}$ de ſafran, à 19^{tt} 1 ſ. 11 d. la livre?

Dites: la ℔ à	19^{tt}	1 ſ.	11 d.	Multiplicande.
Combien ℔	3 $\frac{7}{8}$?			Multiplicateur.
	57^{tt}	0 ſ.	0 d.	
	..	3	0	produit des ſols.
	..	2	9	pour les deniers.
	.9	10	11 —	pour $\frac{4}{8}$ ou la $\frac{1}{2}$ livre.
	.4	15	5 —	pour $\frac{2}{8}$ ou le $\frac{1}{4}$.
	.2	7	8	pour $\frac{1}{8}$ ou le demi-quart.
Produit =	73^{tt}	19 ſ.	9 d.	

Pour les $\frac{7}{8}$, nous les avons décompoſés en demi-livre, quart & demi-quart de livre: dès-lors, pour faire les évaluations, nous avons pris moitié ſur moitié. Les fractions ſur les deniers qui valent 2 d. $\frac{1}{8}$, ont été négligées: quand on aura vu la théorie des fractions, on ne les négligera pas; on ſera moins embarraſſé pour les opérations, & encore moins pour faire les preuves: il faut avouer qu'il y en a de très-difficiles, qu'il ne ſeroit pas poſſible de faire ſans cette théorie. Ici, en doublant le multiplicande & dédoublant le multiplicateur, on auroit 38^{tt} 3 ſ. 10 d. à multiplier par 1 $\frac{11}{16}$; ce qui donne 73^{tt} 19 ſ. 11 d. $\frac{1}{8}$, les fractions n'étant pas négligées.

PREUVE.

PREUVE.

L'aune à 38^{tt} 3 f. 10 d. Multiplicande doublé.
Combien vaut 1 aun. $\frac{15}{16}$? Multiplicateur dédoublé.

38^{tt}	3 f.	10-$^{d.}$	. . .	
19	1	11	. . .	pour $\frac{8}{16}$.
.9	10	11- $\frac{1}{2}$	. .	pour $\frac{4}{16}$.
.4	15	5- $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$.	pour $\frac{2}{16}$.
.2	7	8 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$	pour $\frac{1}{16}$.
Produit = 73^{tt}	19$^{f.}$	11$^{d.}$ . .	$\frac{1}{8}$	

Cette preuve eſt une des plus difficiles; auſſi l'ai-je faite ſans rien négliger.

Suite des Multiplications, par baches, cruches & deniers de Berne.

EXEMPLE IV.

Combien valent 12 livres $\frac{1}{2}$ de beurre, à 5 bach. 2 cr. la ℔ ?

Dites: la ℔ à 5 bac. 2 cr.
Combien ℔ 12 $\frac{1}{2}$?

60$^{b.}$	0	
.6	0	produit des cruches.
.2	3	pour la $\frac{1}{2}$.
Valeur en bach. = 6|8	3$^{cr.}$	
Valeur en livres = 6^{tt}	17$^{f.}$ 6$^{d.}$	

EXPLICATION.

Commencez toujours par la gauche. Ainſi, multipliant 5 bac. par 12, on a 60 bac., ce qui eſt clair. Paſſez aux cruches, & multipliant 12 par 2, on a 24 cruc. ou 6 bac., qu'on ajoute ſelon le rang des colonnes. Pour évaluer la demi-livre, vous prenez tout ſimplement la moitié du prix de la livre; ainſi, la livre coûtant 5 bac. 2 cr., la demie coûtera 2 bac. 3 cr.; vous ajoutez tous les produits, & vous trouvez pour valeur déſirée 68 bac. 3 cr., ou 6^{tt} 17 f. 6 d.

NOTA. On ne multiplie pas à part les baches, comme dans les opérations précédentes, parce qu'ici ils forment l'unité principale. Quant aux cruches & deniers, il faut les multiplier à part, & les réduire à l'unité principale de la régle.

On trouve un produit en baches, lequel produit vous réduirez en écus, en retranchant d'icelui la dernière figure, & en prenant la moitié du reſte. Si au contraire vous voulez réduire ces baches en livres, coupez tout ſimplement la dernière figure; tout ce qui reſte exprime des livres. La raiſon de cette dernière opération vient de ce que la livre étant compoſée de 10 baches, pour réduire les baches en livres il faudroit diviſer par 10; or toute diviſion par 10 ſe fait plus facilement en retranchant le dernier chifre.

Quand on réduit les baches en livres, s'il reſte des baches, on les double pour avoir des ſols, parce qu'il faut 2 ſols pour 1 bache: il ne peut reſter que 1 cruche, parce que 2 cruches font 1 ſol; alors ce cruche reſtant exprime 6 den. Voilà pourquoi 68 bac. 3 cruc. réduits en livres = 6 tt 17 ſ. 6 d. comme deſſus.

Je ſuis entré dans ce détail, parce que l'expérience m'a convaincu qu'on étoit plus embarraſſé pour ces petites opérations que pour les précédentes.

EXEMPLE V.

Combien coûtent 43 livres $\frac{3}{4}$ de viande de boucherie, à 11 cr. $\frac{1}{2}$ la ℔?

Dites: la ℔ à 11 cr. 3 den.
Combien valent ℔ 43 $\frac{3}{4}$?

33 cr.	0 d.	
44.	0	
.21	3	produit des deniers.
..5	4-	pour la $\frac{1}{2}$.
..2	5-	pour le $\frac{1}{4}$.

Valeur en cruches = 503 cr.
Valeur en baches = 12|5 bac. 3 cr.
Valeur en livres = 12 tt 11 ſ. 6 d. prix de 43 ℔ $\frac{3}{4}$ de viande.

Après avoir multiplié les cruches, qui font l'unité principale, on multiplie à part 43 par 3 deniers, ce qui donne 129 deniers; & en les diviſant par 6 pour avoir des cruches, on trouve 21 cr. 3 d. qu'on met en colonne.

Pour évaluer les $\frac{1}{4}$, il faut prendre premiérement la moitié du prix de la livre pour valeur de la demie, & enſuite vous prenez la moitié de la valeur de la demie pour valeur du $\frac{1}{4}$: on trouve enfin un produit en cruches, qu'on diviſe par 4 pour avoir des baches; ou bien on prend le quart du produit pour avoir des baches; ces baches ſont enſuite réduits en écus ou livres, à volonté, comme il eſt expliqué ci-devant.

NOTA. En conſidérant 3 den. comme la moitié du cruche, & étant conſéquemment l'aliquote principale, on pourroit prendre tout ſimplement la moitié de 43, ce qui donneroit comme deſſus 21 cr. 3 d.; ce qui, ſans contredit, eſt plus aiſé à faire qu'en multipliant & diviſant, comme nous avons fait; mais auſſi je dirai que c'eſt le ſeul cas, à-peu-près, où l'on puiſſe employer avec aiſance l'uſage des aliquotes; voilà pourquoi je ne m'en ſers que pour ce ſeul cas où l'aliquote eſt moitié exacte de l'unité principale. La méthode facile que j'ai déja indiquée, de multiplier à part les quantités ſecondaires & de les réduire après, doit convaincre de cette vérité: bientôt elle convaincra davantage.

EXEMPLE.

Combien coûtent 8 livres un demi-quart de viande de boucherie, à 3 bac. 1 cr. la livre?

Dites: la ℔ à 3 bac. 1 cr.
Combien ℔ 8 $\frac{1}{8}$?

	24 bac.	0 cr.	0 d.	
	. 2	.		produit d'un cruche.
	..	1	3	pour le $\frac{1}{8}$.
Valeur en bach. =	2|6 bac.	1 cr.	3 d.	
Valeur en liv. =	2 ℔	12 ſ.	9 d.	

Pour évaluer le demi-quart, il faut évaluer à part la demie & le $\frac{1}{4}$, & l'on prend la moitié du $\frac{1}{4}$ pour la valeur du demi-quart ou du $\frac{1}{8}$.

ci . . 1 bac. 2 cr. 3 d. pour la $\frac{1}{2}$, valeur ſuppoſée.
ci . . . 3. 1. pour le $\frac{1}{4}$, valeur ſuppoſée.
ci . . . 1. 3. pour le $\frac{1}{8}$, valeur réelle.

On prend ſeulement la valeur réelle & on l'ajoute au produit.

EXEMPLE.

Combien coûte un cochon peſant 144 livres $\frac{1}{4}$, à 3 bac. 1 cr. la livre?

Dites : la ℔ à 3 bac. 1 cr.
Combien valent ℔ 144 $\frac{1}{4}$?

	432 bac.	0 cr.	0 d.	
	.36	.	.	produit d'un cruche.
	...	3	1	pour le $\frac{1}{4}$.
Valeur en bach. =	46|8	3 cr.	1 d.	
Valeur en écus. =	23 éc. 8 b.	3 cr.	1 d.	prix du cochon.

Pour évaluer un cruche, nous avons multiplié à part 144 par 1 = 144 cruc.; & réduiſant les cruches en baches, on a 36 bac.

Pour évaluer le $\frac{1}{4}$ de livre, on prend le quart du prix de la livre, ou bien on prend à part la valeur de la demi-livre, & on prend après la moitié de cette valeur pour la valeur du quart.

CONCLUSION.

Lorſque, avec des écus ou livres, le multiplicande renferme des baches, cruches, deniers, ou ſols, deniers, &c., multipliez à part chaque petite eſpèce, & l'ayant réduite à la grande, ajoutez le réſultat au produit commun.

Pour les fractions, faites des évaluations ſuppoſées, ſi la valeur de la fraction ſur laquelle vous opérez ne ſe préſente pas facilement à l'œil. Par exemple, ſi la valeur du $\frac{1}{4}$ ne ſe préſente pas tout-à-coup, évaluez à part la $\frac{1}{2}$, & prenez enſuite la moitié de la valeur de la $\frac{1}{2}$

pour celle du $\frac{1}{4}$. Pour évaluer un demi-quart, évaluez à part la $\frac{1}{2}$ & le $\frac{1}{4}$; & prenez enſuite la moitié de la valeur du $\frac{1}{4}$ pour celle du $\frac{1}{8}$, &c.

Les multiplications complexes ſe font ordinairement par les parties aliquotes; mais cette méthode eſt beaucoup inférieure à celle que j'ai donnée. Les principes ſuivans vont le démontrer.

DES PARTIES ALIQUOTES.

On entend par parties aliquotes, celles qui ſont contenues ſans reſte dans leur tout: tel eſt le pied par rapport à la toiſe, le pouce à l'égard du pied, le ſol à l'égard de la livre.

PRINCIPE. Multiplier un nombre par les parties aliquotes, c'eſt prendre ſur ce nombre une certaine portion relative à la partie conſidérée comme fraction par rapport au tout.

Si l'on vouloit multiplier, par exemple, le nombre 456 toiſes par 10 ſols, il faudroit prendre tout ſimplement la moitié de 456; parce que 10 ſols étant la moitié de la livre, indiquent qu'il faut prendre la moitié de ce nombre; dès lors le produit donneroit 228 liv.

Mais s'il falloit multiplier le même nombre par 17 ſols, il faudroit prendre la moitié du même nombre pour valeur de 10 ſols, le quart pour 5 ſols, le dixieme pour 2 ſols; ou bien on prendroit 1°. la moitié du nombre, 2°. la moitié de la première moitié, 3°. deux fois le cinquième de la ſeconde moitié.

EXEMPLE.

Combien valent 456 toiſes d'un certain ouvrage, à 17 ſols la toiſe?

POSITION.	456 toiſes.		
Par	17 ſols.		
	228 tt	. ſ.	pour 10 ſols.
	114	.	pour 5 ſols.
	. 22	16	pour 1 ſol.
	. 22	16	pour 1 ſol.
Valeur . . =	387 tt	12 ſ.	

Mais, dira-t-on, pourquoi, multipliant par des ſols, le produit ſe trouve-t-il être des livres ?

Pour entendre la raiſon de cette opération, il faut conſidérer que, ſi la toiſe étoit à 1 liv., 456 toiſes vaudroient 456 liv. : conſéquemment, ſi l'on multiplie par 10 ſols, on trouvera pour produit en livres la moitié du produit par 1 liv., attendu que 10 ſols ſont la moitié de la livre ; ce qui eſt évident. Il en eſt de même pour les autres parties de la livre.

On voit par-là combien, dans certaines occaſions, l'opération devient difficile ; tandis que, par la méthode que j'ai déja donnée, le calcul eſt infiniment plus aiſée & auſſi ſûr. Pour multiplier, par exemple, d'après la première méthode, 456 toiſes par 17 ſols, je multiplierai tout ſimplement ces deux nombres l'un par l'autre ; j'aurai pour produit 7752 ſols, leſquels je réduirai en livres, en coupant la derniere figure & en prenant la moitié du reſte ; dès-lors j'aurai comme deſſus, 387^{tt} 12 ſ. pour valeur déſirée : au lieu que *par les aliquotes* il faut beaucoup plus d'opérations & bien plus fatiguantes, comme on l'a vu par l'exemple donné.

Tableau des aliquotes pour les ſols.

Pour 1 ſol, prenez le 20e du multiplicande ou de la ſomme donnée.
Pour 2 ſols, prenez le dixième.
Pour 3 ſols, prenez le dixième & moitié du dixième.
Pour 4 ſols, prenez le cinquième.
Pour 5 ſols, prenez le quart.
Pour 6 ſols, prenez le quart, & le cinquième du quart.
Pour 7 ſols, prenez le quart, & deux fois le cinquième du quart.
Pour 8 ſols, prenez le quart, & trois fois le cinquième du quart.
Pour 9 ſols, prenez le quart, & quatre fois le cinquième du quart.
Pour 10 ſols, prenez la moitié.
Pour 11 ſols, prenez la moitié, & le dixième de la moitié.
Pour 12 ſols, prenez la moitié, & deux fois le dixième de la moitié.
Pour 13 ſols, prenez la moitié, & trois fois le dixième de la moitié.

Pour 14 ſols, prenez la moitié, & quatre fois le dixième de la moitié.
Pour 15 ſols, prenez la moitié, & moitié de moitié.
Pour 16 ſols, prenez la $\frac{1}{2}$, moitié de $\frac{1}{2}$, & le cinquième de la ſeconde $\frac{1}{2}$.
Pour 17 ſols, prenez la $\frac{1}{2}$, moitié de $\frac{1}{2}$, & deux fois le $\frac{1}{5}$ de la ſeconde $\frac{1}{2}$.
Pour 18 ſols, prenez la $\frac{1}{2}$, moitié de $\frac{1}{2}$, & trois fois le $\frac{1}{5}$ de la ſeconde $\frac{1}{2}$.
Pour 19 ſols, prenez la $\frac{1}{2}$, moitié de $\frac{1}{2}$, & quatre fois le $\frac{1}{5}$ de la ſeconde $\frac{1}{2}$.

NOTA. Plus on aura l'habitude du calcul, plus on pourra varier les aliquotes, attendu qu'elles ont pluſieurs combinaiſons.

Tout ce que nous diſons des livres, ſols & deniers de France, s'applique à tout autre argent.

Pour l'évaluation des deniers, il faut néceſſairement avoir la valeur d'un ſol; alors on prend ſur cette valeur une partie rélative à la fraction de denier conſidérée par rapport au ſol.

Ainſi, ſans ſortir du même exemple, s'il falloit multiplier le même nombre 456 toiſes par 1 denier, ou bien ſi l'on demandoit le prix de 456 toiſes, à 1 denier la toiſe, il faudroit auparavant avoir le produit par 1 ſol, enſuite ſur ce produit on prendroit le douzième pour la valeur du denier.

Aliquotes pour les deniers.

Pour 1 denier, prenez le douzième du produit d'un ſol.
Pour 2 deniers, prenez le ſixième de la même valeur d'un ſol.
Pour 3 deniers, prenez le $\frac{1}{4}$.
Pour 4 deniers, prenez le $\frac{1}{3}$.
Pour 5 deniers, prenez le $\frac{1}{3}$ & le quart du $\frac{1}{3}$.
Pour 6 deniers, prenez la $\frac{1}{2}$.
Pour 7 deniers, prenez la $\frac{1}{2}$ & le ſixième de la $\frac{1}{2}$.
Pour 8 deniers, prenez deux fois le $\frac{1}{3}$.
Pour 9 deniers, prenez la moitié & moitié de moitié.
Pour 10 deniers, prenez la moitié, moitié de $\frac{1}{2}$, & le $\frac{1}{3}$ de la ſeconde $\frac{1}{2}$.
Pour 11 den. prenez la $\frac{1}{2}$, moitié de $\frac{1}{2}$, & deux fois le $\frac{1}{3}$ de la ſeconde $\frac{1}{2}$.

EXEMPLE.

Combien valent 143 toiſes d'ouvrage, à 6 deniers la toiſe ?

POSITION. 143 toiſes,
à .. 6 deniers la toiſe.

Valeur . . = 3[tt] 11 ſ. 6 d.

Pour trouver cette valeur, on a cherché à part

ci . . valeur ſuppoſée . . 71[tt] 10 ſ. . pour 10 ſols.
valeur ſuppoſée . . . 35. 15. . . pour 5 ſols.
valeur ſuppoſée . . 7. 3. . pour 1 ſol.
Valeur réelle . . . 3[tt] 11 ſ. 6 d. pour 6 deniers.

Par la premiere méthode, on multiplie tout ſimplement 143 par 6 deniers ; on trouve 858 deniers, qu'on réduit en ſols & livres ſans ſe gêner, & on trouve le même produit.

Je ne ceſſerai de le dire, la première méthode eſt infiniment préférable. Mais, dira-t-on, dans quel cas faut-il donc employer les aliquotes? C'eſt dans les multiplications complexes *homogènes* qu'il faut les employer, & dans pluſieurs multiplications *hétérogènes*. La pratique des aliquotes eſt néceſſaire dans ces opérations, attendu que la multiplication des fractions par fractions exige la décompoſition.

Multiplications complexes hétérogènes pour l'évaluation du marc d'or & d'argent par les parties aliquotes.

Le marc vaut 8 onces.
L'once . . . . 8 gros.
Le gros . . . . 3 deniers.
Le denier . . . . 24 grains.

Aliquotes pour le marc d'or & d'argent.

L'aliquote principale par rapport au marc ſera 4 onces, qui ſont la moitié du marc.

Ainſi

ainſi pour évaluer 4 onces, on prendra la moitié de la valeur du marc.
pour . . . . 2 onces, prenez le quart de la même valeur.
pour . . . . 3 onces, prenez le $\frac{1}{4}$ & moitié du $\frac{1}{4}$.
pour . . . . 1 once, prenez la 8e partie de la valeur du marc.
pour . . . . 5 onces, prenez la $\frac{1}{2}$ & le quart de la $\frac{1}{2}$.
pour . . . . 6 onces, prenez la $\frac{1}{2}$ & moitié de moitié.
pour . . . . 7 onces, prenez la $\frac{1}{2}$, moitié de moitié, & encore moitié de moitié.

La combinaiſon des aliquotes des gros par rapport à l'once, eſt la même que celle des onces par rapport au marc.

L'aliquote des deniers par rapport au gros, n'a qu'une ſeule combinaiſon; elle eſt toujours par tiers.

Celle des grains, par rapport au denier, varie à l'infini: la principale eſt 12 grains, qui ſont la $\frac{1}{2}$ du denier.

EXEMPLE I.

Le marc d'argent à 48^{tt} 12 ſ.
Combien valent 6 marcs 4 onces?

288^{tt}	0 ſ.	
. . 3	12	produit des ſols.
. 24	6	pour les 4 onces ou le $\frac{1}{2}$ marc.
Valeur = 315^{tt}	18 ſ.	

4 onces étant la moitié du marc, nous avons pris pour leur valeur la moitié de la valeur du marc; ce qui eſt évident.

Cette régle n'a rien de difficile, pourvu que l'on ait bien claſſé dans la tête les élémens qui compoſent le tout: alors on verra qu'on n'a à faire que des évaluations de moitié ſur moitié, excepté que pour l'évaluation du denier, il faut prendre le tiers de la valeur du gros.

Cette régle a des combinaiſons à l'infini, attendu que le poids des corps varie auſſi à l'infini: mais quelle que ſoit la combinaiſon

donnée, rappellant les élémens qui compoſent le tout, & en faiſant des évaluations à part s'il eſt néceſſaire pour venir à l'évaluation déſirée, on ne ſera jamais embarraſſé.

EXEMPLE II.

Le marc d'argent à 50^{tt} 18 ſols, 6 den.
Combien valent . . 10$^{marcs.}$ 7$^{onces.}$ 7$^{gros.}$ 2$^{deniers.}$ 18^{grains} ?

500^{tt}	0 ſ.	0 d.	
..9	0	0	produit des ſols.
....	5	0	produit des deniers.
.25	9	3	pour 4 onces.
.12	14	7	pour 2 onces.
..6	7	3-	pour 1 once.
..3	3	7	pour 4 gros.
..1	11	9-	pour 2 gros.
....	15	10-	pour 1 gros.
....	5	3	pour 1 denier.
....	5	3	pour 1 denier.
....	2	7-	pour 12 grains.
....	1	3	pour 6 grains.
Valeur = 560^{tt}	1 ſ.	7 d.	

EXEMPLE III.

Le marc d'argent à 50^{tt} 8 ſ.
Combien vaut 1 once?
Valeur . . = 6^{tt} 6 ſ.

		À part.
25^{tt}	4 ſ.	pour 4 onces.
12	12	pour 2 onces.
6	6	pour 1 once ou le $\frac{1}{2}$ du marc.

EXEMPLE IV.

On propoſe à Joſeph, négociant, d'acheter ſur le prix de 84^{tt} 5 ſ l'once, une croix & un anneau d'or; le tout peſant 1 gros, 1 denier, 9 grains; on demande le prix du total ?

POSITION.

L'once de l'or à 84^{tt} 5 sols.
Combien valent 1 gros, 1 denier, 9 grains ?

	10^{tt}	10 f.	7 d.	pour 1 gros.
.	3	10	2	pour 1 denier ou $\frac{1}{3}$ du gros.
∴		17	6-	pour 6 grains.
..		8	9-	pour 3 grains.
Valeur =	15^{tt}	7 f.	0 d.	

EXPLICATION.

Pour faire cette opération, une des plus difficiles, nous avons évalué à part 4 gros & 2 gros: enſuite nous avons pris la moitié de la valeur de 2 gros pour la valeur d'un gros: nous avons pris encore le tiers de la valeur du gros pour celle du denier; ayant la valeur du denier, il nous a fallu ſuppoſer la valeur de 12 grains; ayant la valeur de 12 grains, nous avons évalué 6 grains & 3 grains, ſans éprouver de difficulté.

42^{tt}	2 f.	6 d.	pour 4 gros, valeur ſuppoſée.	
21	1	3	pour 2 gros, valeur ſuppoſée.	
10	10	7	pour 1 gros,	valeurs effectives.
. 3	10	2	pour 1 denier,	
. 1	15	1	pour 12 grains, valeur ſuppoſée.	
..	17	6	pour 6 grains,	valeurs effectives.
..	8	9	pour 3 grains,	

NOTA. Quand on fait les opérations à part, on laiſſe les valeurs ſuppoſées, & on prend les effectives pour les ajouter enſemble.

Multiplications complexes pour le toiſage, par les aliquotes.

La toiſe ſimple = 6 pieds.
Le pied = . 12 pouces.
Le pouce = . 12 lignes.

Le principe pour cette multiplication eſt le même que celui pour l'évaluation du marc d'or : il n'y a qu'à bien connoître les élémens du tout pour bien décompoſer; dès lors on ne ſera jamais embaraſſé.

Il peut arriver que les élémens varient; par exemple, la toiſe peut être compoſée de 10 pieds ; dans ce cas, les aliquotes varient, mais non le principe.

L'aliquote principale de la toiſe de 6 pieds, eſt 3 pieds ou la demi-toiſe.

Ainſi pour 3 pieds, prenez la moitié de la valeur de la toiſe.
pour 2 pieds, . . . le tiers.
pour 1 pied, . . . la ſixième partie.
pour 4 pieds, . . . deux fois le tiers.
pour 5 pieds, . . . la moitié & deux fois le tiers de la moitié.

Les aliquotes ont des combinaiſons à l'infini : on peut s'en faire à volonté pour les pouces par rapport au pied, & pour les lignes par rapport au pouce.

EXEMPLE.

Combien coûteront 40 toiſes, 4 pieds, 5 pouces, 4 lignes, d'un ouvrage, tel que d'un foſſé, &c. à 3 écus, 6 baches, 1 cr. la toiſe? (toiſe de 6 pieds.)

POSITION.

La toiſe à 3 éc. 6 bac. 1 cr. 0 d. argent de Berne.
Combien 40 toiſ. 4 pieds, 5 pouc. 4 lignes ?

120 éc.	0 bac.	0 cr.	0 d.	
. 12	0	0	0	produit des baches.
. . .	10	0	0	produit des cruches.
. . $\frac{1}{2}$	13	0	3	pour 3 pieds ou $\frac{1}{2}$ toiſe.
. . .	11	0	1	pour 1 pied.
. . .	. 3	2	4	pour 4 pouces ou $\frac{1}{3}$ du pied.
. . .	. .	3	4	pour 1 pouce.
. . .	. .	1	1	pour 4 lignes.
Valeur = 134 éc.	19 bac.	0 cr.	1 d.	

Pour multiplier 3 éc. 6 bac. 1 cr., ou le multiplicande, par 4 pieds, nous avons dit : Si, à la place de 4 pieds, nous en avions 6 pieds ou une toiſe, le produit ſeroit 3 éc. 6 bac. 1 cr., puiſque, par la ſuppoſition, la toiſe coûte cette ſomme; mais, comme il n'y a que 4 pieds, j'ai pris 1°. la moitié du multiplicande pour la valeur de 3 pieds; enſuite, pour la valeur de 1 pied, j'ai pris le tiers de cette même moitié, ce qui m'a donné la valeur de 4 pieds.

Ayant la valeur du pied, il n'a pas été difficile d'avoir la valeur de 4 pouces; pour cela, nous avons pris le tiers de la valeur du pied; pour le pouce reſtant, nous avons pris le quart de la valeur de 4 pouces.

Pour évaluer les 4 lignes, nous avons pris le tiers de la valeur du pouce, parce que 4 lignes ſont le tiers du pouce.

NOTA. S'il y avoit à évaluer une quantité qui ne fût pas précédée de celle qui eſt immédiatement plus grande, afin de pouvoir prendre ſur celle-ci une partie proportionnée, il faudroit la ſuppoſer, & faire le calcul à part, puis prendre ſur la ſuppoſée une portion analogue à celle qui eſt donnée. Par exemple, ſi l'on donnoit 4 pouces à évaluer ſans qu'on eût donné des pieds, alors il faudroit évaluer un pied à part, prendre enſuite le tiers de la valeur de ce produit pour l'évaluation de 4 pouces; ainſi de toute ſuppoſition.

EXEMPLE II. *Par livres de France.*

La toiſe d'un ouvrage à 12^{tt} 4 ſ. 8 d.
Combien . . 3 toiſ. 5 pieds. 5 pouc. 9 lignes?

	36^{tt}	0 ſ.	0 d.	
	..	12	.	produit des ſols.
	..	2	.	produit des deniers.
	.6	2	4	pour 3 pieds.
	.2	.	9-	pour 1 pied.
à part.	.2	.	9	pour 1 pied.
	.1	.	4-	pour 6 pouces.
pour 1 pouce = 3 ſ. 4 d.	..	10	2	pour 3 pouces.
pour 6 lignes = 1 ſ. 8 d.	..	.1	8-	pour 6 lignes.
	..	..	10	pour 3 lignes.
Valeur =	48^{tt}	10 ſ.	10 d.	

NOTA. Dans cet exemple, nous avons évalué 1 pouce à part, afin de pouvoir évaluer les 6 lignes. Pour évaluer le pouce, nous avons pris à part le tiers de la valeur de 3 pouces, ce qui a donné 3 f. 4 d.; dès-lors la valeur de 6 lignes a dû être 1 f. 8 d., comme ci-deſſus.

Évaluation de la toiſe de 10 pieds.

PRINCIPE.

Le principe pour l'évaluation de cette toiſe eſt le même que celui de la toiſe de 6 pieds: il n'y a que l'aliquote des pieds ſur la toiſe qui eſt différente. L'aliquote principale eſt 5 pieds, ou la $\frac{1}{2}$ de la toiſe.

Ainſi, pour 1 pied, prenez le dixième de la valeur de la toiſe.
pour 2 pieds . . . le cinquième.
pour 3 pieds . . . le cinquième & moitié de cinquième.
pour 4 pieds . . . deux fois le cinquième.
pour 5 pieds . . . la moitié.
pour 6 pieds . . . la moitié & cinquième de moitié. &c.

Pour les évaluations des pouces ſur les pieds, des lignes ſur les pouces, même principe que pour la toiſe de 6 pieds, attendu que le pied eſt compoſé toujours de 12 pouces, & le ponce de 12 lignes.

Il y en a qui compoſent le pied de 10 pouces, le pouce de 10 lignes: alors les aliquotes ſont les mêmes. Nous en parlerons dans notre traité du toiſé, art des fractions décimales. Cette opération eſt une des plus belles.

MULTIPLICATIONS COMPLEXES HOMOGÈNES.

LES multiplications ſont homogènes, lorſqu'on multiplie des quantités de la même eſpèce par d'autres quantités de la même eſpèce; comme lorſqu'on multiplie des toiſes, pieds, pouces & lignes, par des toiſes, pieds, pouces & lignes; des livres, ſols & deniers, par des livres, ſols & deniers.

Dans ces multiplications il faut faire uſage des parties aliquotes, comme on va le voir. Avant de faire ces opérations, il eſt bon de ſavoir que

La toiſe ſimple de France a 6 pieds, 72 pouces, 864 lignes.
Le pied ſimple a 12 pouces, 144 lignes.
Le pouce ſimple a 12 lignes.
La toiſe carrée a 36 pieds, 5184 pouces, 746496 lignes carrées.
Le pied carré a 144 pouces, 20736 lignes carrées.
Le pouce carré a 144 lignes carrées.
La toiſe cubique a 216 pieds, 373248 pouces, 644,072,544 lignes cubiques.
Le pied cubique a 1728 pouces, 2,985,984 lignes cubiques.
Le pouce cubique a 1728 lignes cubiques.
La toiſe ſimple de Berne a 9 pieds, la carrée 81 pieds, la cubique 729 pieds.
Lorſque la toiſe ſimple eſt compoſée de 10 pieds, la carrée eſt compoſée de 100 pieds, & la cubique de 1000 pieds.

Si l'on multiplie la longuenr d'un corps par ſa largeur, le produit donnera un carré ; ſi ce produit eſt encore multiplié par la hauteur, on aura un cube.

Deux dimenſions, quelles qu'elles ſoient, multipliées l'une par l'autre, ne donnent qu'un carré.

Pour réduire des pieds carrés, meſure de France, en toiſes carrées, on diviſera le nombre des pieds carrés par 36 ; le quotient donnera des toiſes carrées. Pour réduire des pieds carrés, meſure de Berne, en toiſes carrées, on diviſera par 81. Pour réduire des pieds carrés en toiſes carrées de 100 pieds, on diviſera le nombre des pieds par 100 ; ou, mieux encore, on retranchera les deux derniers chifres du nombre donné : tout ce qui reſtera à gauche exprimera des toiſes. Pour faire les évaluations ſur un prix donné, à tant la toiſe carrée, on obſervera le même principe que pour la toiſe ſimple, en faiſant attention à l'aliquote principale des pieds, ſuppoſé qu'il y en ait. Les décompoſitions ſe feront à l'ordinaire.

Comme dans les multiplications homogènes qui vont ſe faire pour l'évaluation des tas de bois & foin, il n'y a jamais des toiſes dans les dimenſions de longueur, largeur & profondeur, je ne ferai ici les

opérations que par pieds, pouces & lignes. On pourra voir les opérations par toiſes, pieds, &c. à la fin du traité, dans le queſtionnaire; & dans le traité du toiſé on verra la formation des carrés & des cubes. En attendant, on apprendra que, ſi l'on multiplie un nombre ſimple par lui-même, le produit ſera un carré; ſi l'on multiplie de nouveau ce carré par le nombre ſimple on aura un cube. Par exemple, multipliez 6 par 6, vous aurez 36 pour carré; multipliez de nouveau 36 par 6, vous aurez 216. Ce nombre 216 ſera un cube en pieds, ou en toiſes, ſelon les élémens par leſquels on a multiplié.

Évaluation des tas de bois.

PRINCIPE.

Pour évaluer un tas de bois, il faut multiplier la longueur du tas par ſa hauteur ſeulement, (tel eſt l'uſage dans le canton de Fribourg, où il n'eſt pas queſtion de la largeur), le produit donnera le nombre des pieds quarrés contenus dans le tas.

Les pouces étant des fractions par rapport aux pieds, quand on voudra multiplier les pieds & pouces par les pouces, on prendra ci.. pour 1 pouce, le $\frac{1}{12}$ des pieds & pouces & du multiplicande.

pour 2 pouces, le $\frac{1}{6}$ des pieds & pouces.
pour 3 . . . le $\frac{1}{4}$.
pour 4 . . . le $\frac{1}{3}$.
pour 5 . . . le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{4}$ du tiers.
pour 6 . . . la $\frac{1}{2}$.
pour 7 . . . la $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{6}$ de la moitié.
pour 8 . . . deux fois le $\frac{1}{3}$.
pour 9 . . . la $\frac{1}{2}$ & la moitié de $\frac{1}{2}$.
pour 10 . . . la $\frac{1}{2}$, moitié de $\frac{1}{2}$, & le $\frac{1}{3}$ de la ſeconde $\frac{1}{2}$.
pour 11 . . . la $\frac{1}{2}$, moitié de $\frac{1}{2}$, & deux fois le $\frac{1}{3}$ de la 2e moitié.

QUESTION I.

Combien de pieds quarrés auroit un tas de bois dont la longueur ſeroit de 14 pieds, 8 pouces, & la hauteur de 12 pieds, 6 pouces?

POSITION

POSITION DE RÈGLE.

Multipliez la longueur = 14 pieds, 8 pouc.
Par la hauteur . . = 12 pieds, 6 pouc.

28 pieds, 0 pouc.
14. 0
. . 8 0 pour 12 pieds, par 8 pouces.
. . 7 4 pour les 6 pouc. ou la ½ du pied.

Ce tas auroit = 183 pieds, 4 pouces.

EXPLICATION.

1°. Commençant par les pieds, nous avons multiplié 14 pieds par 12 pieds; ce qui donne 168 pieds. 2°. Multipliant les 12 pieds par 8 pouces, on a 96 pouces, qui réduits en pieds par la diviſion, donnent 8 pieds. 3°. Pour multiplier 14 pieds, 8 pouces, par 6 pouces, nous avons dit: 6 pouces ſont la moitié du pied; conſéquemment on doit prendre la moitié de tout le multiplicande, ou de 14 pieds, 8 pouces; ce qui donne 7 pieds, 4 pouces. Ajoutant le tout, on trouve pour produit total 183 pieds, 4 pouces.

Pour faire la preuve, on renverſe l'ordre des dimenſions: ſi l'on a multiplié la longueur par la hauteur, on recommence l'opération en multipliant la hauteur par la longueur; ſi le produit eſt le même, l'opération eſt juſte. On fait ordinairement la même opération en réduiſant les deux dimenſions à la petite eſpèce; mais cette opération eſt longue & fatiguante, comme on va le voir: la premiere méthode eſt infiniment préférable.

PRINCIPE *pour la ſeconde méthode.*

1°. On réduit les deux dimenſions à la petite eſpèce: 2°. on les multiplie l'une par l'autre: 3°. on diviſe le produit par 144.

MÊME EXEMPLE.

14 pieds 8 pouces de longueur ſont 176 pouces; 12 pieds 6 pouces de hauteur ſont 150 pouces: en multipliant 176 par 150, on trouve

pour produit 26400 pouces : diviſez ce produit par 144 pour avoir des pieds, vous aurez 183 pieds, avec la fraction $\frac{48}{144}$, qui réduite, ne vaut que 4 pouces. Le réſultat eſt le même que celui de l'opération précédente ; mais, je le répète, la premiere eſt préférable à tous égards.

NOTA. Si, dans l'une des dimenſions il y avoit des lignes, il faudroit tout réduire en lignes ; diviſer par 144, pour avoir des pouces ; diviſer de nouveau par 144, pour avoir des pieds. Mais, dira-t-on, pourquoi diviſer par 144 ? La raiſon eſt ſimple : parce que, comme on l'a déja vu, le pouce quarré contient 144 lignes, comme le pied 144 pouces.

QUESTION 2.

Combien de pieds quarrés auroit un tas de bois dont la longueur auroit 22 pieds, 9 pouces, & la hauteur 10 pieds, 10 pouces ?

POSITION.

Longueur 22 pieds, 9 pouces.
Hauteur 10 pieds, 10 pouces.

220	0	0 lig.	
..7	6	0	produit des 10 p^ds par 9 pouc.
.11	4	6	pour 6 pouces.
..5	8	3	pour 3 pouces.
..1	10	9-	pour 1 pouce.

Ce tas auroit = 246 pieds, 5 pouces, 6 lig.

EXPLICATION.

1°. Les pieds par pieds donnent 220 pieds. 2°. 10 pieds par 9 pouces ont donné 90 pouces ; & en réduiſant, on a trouvé 7 pieds 6 pouces. 3°. Pour les 10 pouces, nous avons pris 1°. la moitié du multiplicande pour 6 pouces ; ce qui a donné 11 pieds, 4 pouces, 6 lig. Enſuite nous avons pris la moitié de cette moitié pour 3 pouc. ce qui a donné 5 pieds, 8 pouces, 3 lignes. Enfin, pour le pouce reſtant, nous avons pris le tiers de la ſeconde moitié ; ce qui a donné

1 pied, 10 pouces, 9 lignes; & en ajoutant, on a trouvé que le tas doit avoir 246 pieds, 5 pouces, 6 lignes.

NOTA. En réduiſant à la petite eſpèce, multipliant & diviſant comme il eſt expliqué ci-deſſus, on trouveroit le même réſultat.

PREUVE.

Multipliez la hauteur	10 piés.	10 pouc.		
× par la longueur	22 piés.	9 pouc.		
	220 piés.	0 pouc.	0 lig.	
	. 18	4	0	pour les 22 pieds par 10 pouces.
	. . 5	5	0	pour 6 pouc. prenez la ½ de 10 pi. 10 pouc.
	. . 2	8	6	pour 3 pouc. prenez la ½ de ½.
Total . . =	246 pi	5 po.	6 lig.	

Le réſultat eſt le même : conſéquemment le principe eſt infaillible. En multipliant 22 pieds par 10 pouces, on trouve 220 pouces, qui, réduits en pieds par la diviſion, donnent 18 pieds, 4 pouces.

Évaluation des tas de foin, conſidérés comme des petits cubes.

La longueur, largeur, hauteur, ſont appellées *dimenſions d'un corps.*

Le produit de deux dimenſions donne un carré de telle quantité qu'on ſuppoſera, ainſi que nous l'avons dit pag. 95 : mais ſi l'on multiplie ce premier produit par la troiſieme dimenſion, on aura un cube ou la ſolidité d'un corps. C'eſt ce qu'on trouve pour l'évaluation des tas de foin, où l'on multiplie les trois dimenſions l'une par l'autre.

Mêmes explications & opérations que pour l'évaluation des tas de bois.

QUESTION I.

Combien de pieds cubiques auroit un tas de foin dont la longueur auroit 22 pieds, 4 pouces; la largeur 10 pieds, 3 pouces, & la hauteur 12 pieds, 6 pouces ? Il auroit 2861 pieds, 5 pouces, 6 lignes.

1re. OPÉRATION.

Multipliez la longueur par la largeur, d'après les principes donnés, vous aurez ci. Longueur $22^{pi.}\ 4^{po.}$

× Largeur $10^{pi.}\ 3^{po.}$

$220^{pi.}$	$0^{po.}$	
.. 3	4	pour les 10 pieds par 4 pouces.
.. 5	7	pour 3 pouc. prenez le $\frac{1}{4}$ de la long^{r}

1er produit = $228^{pi.}\ 11^{po.}$

Après avoir trouvé ce produit, on le multiplie encore par la hauteur, pour avoir la solidité réquise.

2de. OPÉRATION.

1er produit = $228^{pi.}\ 11^{po.}$

Multiplié par la haut$^{r.}$ = $12^{pi.}\ 6^{po.}$

456	0	$0^{lig.}$	
228.	0	0	
.. 11	0	0	produit de 12 pieds par 11 pouces.
. 114	5	6	pour les 6po. prenez la $\frac{1}{2}$ de 228 pi. 11 po.

2d produit = $2861^{pi.}\ 5^{po.}\ 6^{lig.}$

Enſorte que ce tas de foin renfermeroit 2861 pieds, 5 pouces, 6 lignes.

Dans cette derniere opération, en multipliant 12 pieds par 11 pouces, on a 132 pouces, qui réduits en pieds par la diviſion, donnent 11 pieds.

QUESTION 2.

Combien de pieds cubiques auroit un tas de foin dont la longueur auroit 8 pieds 4 pouces, la largeur 6 pieds 2 pouces, & la hauteur 10 pieds 11 pouces? Ce tas auroit 560 pieds, 11 pouces, 11 lig. $\frac{1}{2}$ de ligne.

1re. OPÉRATION.

Multipliez la longr.= 8pi. 4po.
× par la largeur.= 6pi. 2po.

48	0	0lig.	
.2	0	0	pour les 4 pouces par 6 pieds.
.1	4	8	pour 2 pouces, prenez le $\frac{1}{6}$ de la longr.

1er produit = 51pi. 4po. 8lig.

Multipliez ce produit par la hauteur, vous aurez ci. 1er produit = 51pi. 4po. 8lig.
par la hautr. = 10 11 0

510	0	0	
..3	4	0	pour les 4 pouces par 10 pieds.
....	6	8	pour les 8 lignes par 10 pieds.
.25	8	4	pour 6po. prenez la $\frac{1}{2}$ du multiplicande.
.12	10	2	pour 3po. prenez la $\frac{1}{2}$ de la 1re moitié.
..4	3	$4\frac{2}{3}$	pour 1po. prenez le $\frac{1}{3}$ de la 2de moitié.
..4	3	$4\frac{2}{3}$	pour 1pouce. idem.

2d produit = 560pi. 11po. $11\frac{1}{3}$lig.

Pour multiplier 51 pieds, 4 pouces, 8 lignes, par 11 pouces, nous avons décompoſé ces 11 pouces; nous avons pris pour 6 pouces, pour 3 pouces, & deux fois pour 1 pouce. Dès-lors l'opération eſt devenue très-aiſée; parce que, conſidérant 6 pouces comme la moitié du pied, nous avons pris tout ſimplement la moitié de 51 pi. 4 po. 8 li.; pour 3 pouces, nous avons pris la moitié de cette moitié; & pour les deux pouces reſtans, nous avons pris pouce par pouce, deux fois le tiers de la ſeconde moitié.

Notez que, lorſqu'on évalue 1 pouce en prenant le tiers de la valeur de 3 pouces, il reſte 2 lignes, qui réduites en tiers valent ſix tiers, dont le tiers égale deux tiers, comme on le voit en la régle.

De la preuve de cette régle.

La preuve conſiſte à faire la règle à reculons, c'eſt-à-dire, qu'il faut que la dernière dimenſion devienne première, & que la première devienne dernière pour l'ordre de multiplication : ſi l'on trouve le même produit, l'opération eſt bonne.

On peut encore faire la preuve en réduiſant toutes les dimenſions à la petite eſpèce. Alors, 1°. on multiplieroit la première dimenſion par la ſeconde ; 2°. on multiplieroit ce produit par la troiſième ; 3°. ſi le ſecond produit étoit en lignes, on le diviſeroit par 1728 pour avoir des pouces, & de nouveau par 1728 pour avoir des pieds; mais ſi ce produit n'étoit qu'en pouces, on le diviſeroit par 1728 pour avoir des pieds.

On diviſe les lignes par 1728, parce que le pouce cubique = 1728 lignes; & on diviſe auſſi les pouces par 1728, parce que le pied cube = 1728 pouces.

Preuve de la même régle, en réduiſant à la petite eſpèce.

La longueur 8 pieds, 4 pouces, étant réduite en pouces, donne 100 pouces ; la largeur 6 pieds, 2 pouces, en donne 74. Multipliez 100 pouces par 74, vous aurez 7400 pouces pour produit : multipliez de nouveau ce produit par la hauteur, qui eſt 10 pieds, 11 pouc. ou par 131 pouces, vous trouverez 969400 pouces : diviſez ce produit par 1728, vous aurez pour quotient 560 pieds, avec la fraction $\frac{1720}{1728}$, qui vaut 11 pouc. 11 lign. $\frac{1}{4}$ de ligne. On trouve, comme l'on voit, le même réſultat que par la première opération. Pour évaluer la fraction $\frac{1720}{1728}$, il faut multiplier le numérateur par 12, & diviſer le produit par le dénominateur : on trouve en dernière analiſe une ſeconde fraction ſur les lignes, ſavoir $\frac{1776}{1728}$, qui ne vaut qu'un $\frac{1}{4}$ de ligne, comme on le verra à l'article des fractions.

Ici nous avons réduit les trois dimenſions ſeulement en pouces, parce qu'il n'y a que pieds & pouces; ſi dans l'une des trois dimenſions il y avoit eu des lignes, alors il auroit fallu réduire tout en lignes.

CONCLUSION.

Après avoir multiplié les pieds par les pieds, & mis de ſuite le produit en colonne, on multipliera à part les pouces du multiplicande par les pieds du multiplicateur, & on réduira le produit en pieds, qu'on ajoutera ſelon le rang des colonnes. On fera de même pour les lignes, qu'on multipliera à part: le produit ſera mis en pouces & pieds, ſi le cas eſt.

Quant aux pouces qui ſe trouvent au multiplicateur, & qui ſont toujours fraction par rapport au pied, on prendra ſur le multiplicande une portion déſignée par ces pouces, regardés comme fraction. Par exemple, s'il y a ſix pouces, on prendra la moitié du multiplicande, quel qu'il ſoit, en pieds, pouces & lignes: idem, pour les lignes du multiplicateur, pour leſquelles on prendra ſur la valeur d'un pouce une portion déſignée par ces lignes, regardées comme fraction par rapport au pouce.

Évaluation des pieds du foin, par les parties aliquotes, à tant le pied.

QUESTION 1.

Combien valent, en écus de Berne, 324 pieds 6 pouces de foin, à 1 cr. 3 den. le pied ?

POSITION.

Le pied à 1 cr. 3 den.

Combien valent 324 pieds 6 pouces ?

324	cr.	o den.	
162		o	pour les 3 den. ou le demi-cruche.
...		4	pour les 6 pouc. ou le demi-pied.

Valeur en cruch. = 486 cr. 4 d.

Valeur en baches = 12 | 1 b. 2 cr. 4 d.

Valeur éc. Bern. = 6 éc. 1 b. 2 cr. 4 d.

QUESTION 2.

Le pied à 1 bac. 3 cr. 3 den. argent de Berne.
Combien valent 2458 pi. 9 pouc.? Ils valent 230 éc. 10 bac. 3 den.

2458 bac.	0 cr.	0 den.	pour 1 bache.
1229	0	0	pour 2 cruches.
.614	2	0	pour 1 cruche.
.307	1	0	pour 3 deniers.
....	3	4	pour 6 pouces.
....	1	5	pour 3 pouces.
Valeur en bach. = 4611	0	3 d.	
Valeur en écus. = 230 éc.	10 ba.	3 d.	

Pour évaluer 3 cruches, nous avons pris pour 2 cruches la moitié du produit par 1 bache; pour 1 cruche, nous avons pris la moitié du produit par 2 cruches; pour 3 deniers, la moitié du produit par 1 cruche.

Pour évaluer 9 pouces, nous avons pris pour 6 pouces la moitié de la valeur du pied; enfin, pour 3 pouces, nous avons pris la moitié de la valeur de 6 pouces. On peut faire ces opérations par la première méthode de multiplication, c'eſt-à-dire, en multipliant à part les cruches & deniers, & en réduiſant à proportion chaque produit à la grande eſpèce.

Multiplication des livres, ſols & deniers de France, par livres, ſols & deniers de France, par les parties aliquotes.

PRINCIPE.

Le principe de cette régle eſt le même que celui de la multiplication par toiſes, pieds, pouces & lignes.

Quand on a multiplié tout le multiplicande par les livres, on le multiplie par les ſols; mais alors conſidérant les ſols comme fraction par rapport à la livre, il faudra prendre du multiplicande une partie relative à cette fraction.

Ici

Ici les aliquotes ſont abſolument néceſſaires : on a vu celles des ſols & deniers, pages 86 & 87.

Tout ce que nous diſons des livres, ſols & deniers de France, s'applique à tout autre argent : on n'a qu'à varier les aliquotes.

Pour l'évaluation des deniers, il faut néceſſairement avoir la valeur d'un ſol, ainſi que nous l'avons dit, page 87 ; alors on prend ſur cette valeur une partie relative à la fraction de denier par rapport au ſol.

La livre ſimple = 20 ſols, ou 240 deniers.
La livre quarrée = 400 ſols, ou 57600 deniers.

Ces explications données, venons à l'opération.

EXEMPLE I.

Multipliez	6^{tt}	10 ſ.	4 den.	Multiplicande.
par	8^{tt}	10 ſ.	.	Multiplicateur.
	48^{tt}	0 ſ.	0 den.	
	.4	0	0	produit de 8^{tt} par 10 ſ.
	..	2	8	produit de 8^{tt} par 4 deniers.
	.3	5	2	pour les 10 ſ. prenez la $\frac{1}{2}$ du multiplicande.
Produit =	55^{tt}	7 ſ.	10 den.	

EXPLICATION.

Pour multiplier le multiplicande par 10 ſols, nous avons conſidéré les 10 ſols comme étant la moitié de la livre ; dès-lors nous avons pris la moitié du multiplicande : pour 5 ſols on prendroit le quart ; pour 4 ſols on prendroit le cinquième, &c.

NOTA. Lorſque dans les nombres à multiplier il n'y a que livres & ſols, alors, ſuppoſé qu'on veuille opérer en réduiſant à la petite eſpèce, il faudra diviſer le produit par 400 ſols pour avoir des livres ; mais s'il y a des deniers, il faudroit le diviſer par 57600 deniers.

EXEMPLE II.

Multipliez	6^{tt}	10 f.	4 d.	Multiplicande.
par	4	10	6	Multiplicateur.
	24	0	0	
	.2	0	0	produit de 4^{tt} par 10 fols.
	..	1	4	produit de 4^{tt} par 4 deniers.
	.3	5	2	pour les 10 f. ou la $\frac{1}{2}$ du multiplicande.
	..	3	3 $\frac{1}{10}$	pour les 6 deniers.
Produit =	29^{tt}	9 f.	9 $\frac{1}{10}$ d.	

Pour l'évaluation des 6 deniers, nous avons cherché à part la valeur d'un fol, en prenant le dixieme de la valeur de dix fols, ce qui a donné 6 fols, 6 den. $\frac{1}{5}$; dès que nous avons eu cette valeur, nous en avons pris la moitié pour les 6 deniers, ce qui a donné comme deſſus 3 fols, 3 den. $\frac{1}{10}$.

En opérant par réduction à la petite eſpèce, on trouve la même valeur.

PRINCIPE.

1°. Réduiſez le multiplicande & le multiplicateur à la petite eſpèce, vous aurez 1564 den. d'un côté, & 1086 den. de l'autre. 2°. Multipliez l'un par l'autre, vous aurez pour produit 1698504 deniers. 3°. Diviſez ce produit par 57600 den., vous aurez pour quotient comme il eſt exprimé dans la règle.

OPÉRATION.

= 1698504 den. | 57600 d.

115200 | 29 ℔ 9 ſ. 9 d. $\frac{5760}{57600}$ = $\frac{1}{10}$ de den. Quotient.

546504
518400

Reſte . 28104
× par . . . 20 ſols.

= 562080
518400

Reſte . 43680
× par . . . 12 den.

= 524160
518400

Reſte . . 5760

La fraction $\frac{5760}{57600}$ ne vaut qu'un dixieme de denier, ainſi qu'on le verra à l'article des fractions.

Uſage de ces Régles.

Ces multiplications ſervent dans les régles de compagnie & dans la réduction des monnoies à monnoies.

EXEMPLE I.

Combien de baches & parties de baches, valent 22 ℔ 19 ſ. de France? (la liv. à 7 baches, argent de Fribourg.)

POSITION.

La livre à 7 bac. o cr. o den.
Combien valent 22 ℔ 19 ſ. o d. de France?

154 bac. o cr. o d.
. . 3 2 0 pour 10 ſols.
. . 1 3 0 pour 5 ſols.
. . 1 1 $3\frac{3}{5}$ pour 4 ſols.

Valeur = 160 bac. 2 cr. $3\frac{3}{5}$ den.

Enſorte que 22^{tt} 19 ſ. argent de France, valent 160 bac. 2 cr. 3 $\frac{3}{4}$ d. argent de Fribourg, (le cruc. valeur de 6 den.)

EXEMPLE II.

Combien de florins valent 62 louis, 5 écus, 15 baches? (le louis à 10 florins $\frac{2}{3}$ ou 10 flor. 10 bach.)

POSITION.

Dites, le louis à 10 flor. 10 bach.
Combien valent 62 louis, 5 éc. 15 bac.?

20 flor.	0 bach.	
60.	0	
.41	5	pour 62 louis par 10 bach.
..5	5	pour 4 écus.
..1	5-	pour 1 écu.
...	10	pour 10 baches.
...	5-	pour 5 baches.

Valeur = 669 florins.

NOTA. Le florin vaut 15 baches.

En multipliant 62 louis par 10 baches, on trouve 620 baches : réduiſant ce nombre en florins, en le diviſant par 15, on trouve 41 florins, 5 baches.

Pour 4 écus, on prend la moitié du multiplicande. Pour 1 écu, nous avons pris le quart de la valeur de 4 écus. Pour 10 baches, la moitié de la valeur d'un écu. Pour 5 baches, la moitié de la valeur de 10 baches.

Les évaluations des quintaux & livres d'une marchandiſe ſe feront par régle de trois, de la manière la plus courte & la plus aiſée qu'on puiſſe déſirer.

Fin de la premiere Partie.

SECONDE PARTIE.

DES FRACTIONS.

Une quantité conſidérée en elle-même, ſans faire attention à ſes parties ou aux unités dont elle eſt compoſée, s'appelle *entier*. Ainſi, 1 écu, 2 toiſes, ſont des entiers. Conſéquemment les fractions ſeront une ou pluſieurs parties de l'entier.

DÉFINITION I.

Les fractions ſont une ou pluſieurs parties d'un entier ou d'un tout, qu'on appelle auſſi *unité principale*, diviſées en parties égales. Ainſi 5 baches ſont le $\frac{1}{4}$ d'un écu; 4 baches en ſont le $\frac{1}{5}$.

Si l'on conçoit encore un pied diviſé en quatre parties égales, dont chacune renfermera 3 pouces; & qu'on prenne trois de ces parties, on aura une fraction, qu'on écrira de cette manière $\frac{3}{4}$ d'un pied, ou trois quarts d'un pied, ou encore trois quatrièmes parties d'un pied.

PRINCIPE I.

Le nombre inférieur placé au-deſſous de la barre, s'appelle le *dénominateur* de la fraction; il fait voir en combien de parties le tout eſt diviſé; de ſorte qu'on peut regarder le dénominateur comme le tout, mais diviſé en parties égales.

Le nombre ſupérieur placé au-deſſus de la barre s'appelle *numérateur*; il exprime le nombre des parties qu'on prend de ce tout, diviſé en parties égales; ainſi, dans la fraction $\frac{3}{4}$ d'un pied, 4 eſt le dénominateur, qui exprime le pied diviſé en 4 parties, dont chacune renferme 3 pouces, ſous cette forme $\frac{3}{111,111,111,111}$, & 3 eſt le numérateur qui marque qu'on doit prendre trois parties du pied, diviſé en 4 parties égales; ce qui donneroit 9 pouces.

PRINCIPE 2.

La valeur de la fraction eſt la portion qu'on prend d'un tout diviſé en parties égales. Soit la fraction $\frac{15}{20}$ vingtièmes d'un écu, la valeur de la fraction eſt 15 baches; car ſi l'on diviſe l'écu en vingt parties égales qui feront autant de baches, ainſi que le dénominateur 20 le diviſe, ſous cette forme $\frac{15}{\text{IIIIIIIIIIIIIIIIIII}}$: chaque partie repréſentera un bache. Or, puiſque le numérateur 15 marque qu'on doit prendre 15 de ces parties, il s'enſuit que la valeur de la fraction ſera 15 baches.

NOTA. On repréſente toujours les fractions ſous la premiere forme $\frac{15}{20}$, jamais ſous la ſeconde, quoique plus expreſſive; & cela ſans doute à cauſe de l'eſpace immenſe qu'il faudroit pour repréſenter les grandes fractions.

PRINCIPE 3.

Les fractions proprement dites, ſont celles dont les numérateurs ſont plus petits que les dénominateurs; comme les fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$.

Les fractions impropres, ſont celles dont les numérateurs ſont auſſi grands ou plus grands que les dénominateurs; comme $\frac{4}{4}$, $\frac{12}{8}$: quand le numérateur égale le dénominateur, alors la fraction égale l'unité, ainſi $\frac{4}{4} = 1$; $\frac{3}{3} = 1$. Dans cette ſuppoſition le numérateur indique qu'on prend toutes les parties du tout.

Quand le numérateur eſt plus grand que le dénominateur, comme $\frac{48}{6}$, alors la fraction étant impropre, il faut tirer les entiers par la diviſion, en diviſant le numérateur par le dénominateur; le quotient indique les entiers contenus dans la fraction impropre : ainſi $\frac{48}{6} = 8$ entiers.

On doit faire la plus grande attention à ce principe.

PRINCIPE 4.

On appelle *termes* d'une fraction, ſon numérateur & ſon dénominateur.

La valeur d'une fraction ne change pas, ſoit qu'on multiple, ſoit qu'on diviſe ſes termes par la même quantité : car par la multiplication les termes croiſſent proportionnellement, comme ils décroiſſent par la diviſion dans le même rapport; c'eſt-à-dire, que ſi le numérateur de-

vient quatre fois plus grand par la multiplication, le dénominateur deviendra auſſi quatre fois plus grand; & ſi par la diviſion le numérateur devient quatre fois plus petit, le dénominateur deviendra auſſi quatre fois plus petit: ainſi les produits ou les quotiens, formeront des fractions égales aux premiers.

Si l'on multiplie par exemple $\frac{3}{4}$ par 6, on aura $\frac{18}{24}$; or $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$. Donc par la multiplication la valeur ne change pas.

Si l'on diviſe $\frac{6}{12}$ par 3, on aura la fraction $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$; or $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$. Donc par la diviſion &c.

C'eſt ici le moment de faire grand uſage des ſignes fractionnaires, qu'on voit page 12: faute de cette connoiſſance, on ſeroit retardé dans la pratique des fractions; on conſeille d'y jeter les yeux de tems à autre, pour qu'on ne ſoit jamais embarraſſé.

PRINCIPE 5.

Plus le numérateur d'une fraction eſt grand, le dénominateur reſtant le même, plus la valeur de la fraction eſt grande. Si vous avez les fractions $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$, vous verrez facilement que la fraction $\frac{4}{6}$ eſt plus grande que $\frac{3}{6}$, & que $\frac{3}{6}$ eſt plus grande que $\frac{2}{6}$, &c. La choſe eſt claire; plus le numérateur eſt grand, plus on approche de l'entier.

Conſéquences du principe 5.

Il ſuit de ce principe, qu'on peut augmenter ou diminuer la valeur de la fraction par le numérateur: en effet, ſi on double le numérateur de la fraction, on trouve le double de la fraction; ſi on le triple, on a auſſi ſon triple.

Par exemple, ſoit la fraction $\frac{2}{6}$: voulez-vous doubler cette fraction, doublez le numérateur, vous aurez $\frac{4}{6}$, double de $\frac{2}{6}$: ſi vous voulez la tripler, multipliez le numérateur par 3, vous aurez $\frac{6}{6}$, triple de $\frac{2}{6}$.

Mais ſi au contraire on veut dédoubler la fraction, ou bien ſi on veut en prendre la moitié, on prendra la moitié du numérateur; ſi on veut en prendre le tiers, on prendra le tiers du numérateur, ſoit la fraction $\frac{6}{12}$; prenez-en la moitié, vous aurez $\frac{1}{12}$; prenez-en le tiers,

vous aurez $\frac{2}{12}$. Or, tout comme $\frac{3}{12}$ ſont la moitié de $\frac{6}{12}$, de même $\frac{2}{12}$ en ſont le tiers.

PRINCIPE 6.

Plus le dénominateur d'une fraction eſt grand, le numérateur reſtant le même, plus la fraction eſt petite. Si vous avez les fractions $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ &c. vous verrez facilement que $\frac{1}{7}$ eſt plus petit que $\frac{1}{6}$, & que $\frac{1}{6}$ eſt plus petit que $\frac{1}{5}$ &c.

En effet, le dénominateur détermine le nombre des parties qu'il y a dans un tout diviſé en parties égales; donc plus ce dénominateur eſt grand, plus les parties ſont petites; & plus il eſt petit, plus les parties ſont grandes; ſelon l'axiome: " plus une choſe eſt partagée, „ plus les partages ſont petits; & moins elle eſt partagée, plus les „ partages ſont grands."

Conſéquences du principe 6.

Il ſuit de ce principe qu'on peut augmenter ou diminuer une fraction par ſon dénominateur.

En effet, voulez-vous augmenter la fraction? diminuez ſon dénominateur: ſoit la fraction $\frac{1}{2}$ que je veux doubler; pour cela je dédouble ſon dénominateur, ou bien j'en prends la moitié; alors j'aurai la fraction $\frac{1}{1}$ ou 1: or 1 eſt double de la $\frac{1}{2}$; donc en diminuant le dénominateur, le numérateur reſtant le même, on augmente la fraction.

Voulez-vous au contraire diminuer une fraction? augmentez ſon dénominateur, ſoit toujours la fraction $\frac{1}{2}$ que je veux dédoubler: pour cela je double ſon dénominateur, alors j'aurai la fraction $\frac{1}{4}$; or $\frac{1}{4}$ eſt ſous-double de la $\frac{1}{2}$: donc &c.

OBSERVATION.

Dans la multiplication on verra un principe général qui frappera ſur toute fraction pour la diminuer ou pour en prendre toute partie déſirée, tant à nombre pair qu'impair; & dans la diviſion, on en verra un autre auſſi général, frappant ſur toute fraction pour l'augmenter à volonté. Ces deux principes ſont préférables à ceux-ci, & doivent être néceſſairement employés dans une infinité de circonſtances.

On

On ne doit pas ſe le diſſimuler, les fractions ſont tout-à-coup aſſez difficiles à entendre; mais pour peu qu'on faſſe attention aux principes, on peut être ſûr de les bien comprendre; on peut être ſûr de voir leurs difficultés diſparoître & s'évanouir. Il y a plus; c'eſt que ſi une fois on comprend bien cette théorie, on ſera infiniment dédommagé: d'un côté, on réſoudra les problêmes les plus épineux; de l'autre, on achevera des opérations qui, faute de cette théorie, ne peuvent l'être; ce qui ſera ſans doute le véhicule le plus puiſſant pour engager à s'y appliquer de plus en plus.

Des opérations arithmétiques qu'on peut faire ſur les fractions.

On peut faire ſur les fractions les mêmes opérations que ſur les entiers: on en fait auſſi des particulières, qui conſiſtent à réduire les fractions à des expreſſions plus ſimples, à les réduire au même dénominateur, les évaluer, les ajouter, les ſouſtraire, multiplier & diviſer.

RÉDUCTION I.

Réduiſez une fraction à une expreſſion plus ſimple ou à des plus petits termes, ſans changer ſa valeur.

SOLUTION.

Diviſez tant le numérateur que le dénominateur de la fraction par un nombre qui diviſe exactement l'un & l'autre ſans reſte: les quotiens formeront une nouvelle fraction égale à la premiere, & l'expreſſion ſera plus ſimple, c'eſt-à-dire la valeur de la fraction ſera mieux connue.

EXEMPLE.

Soit la fraction $\frac{9}{12}$ à réduire à une expreſſion plus ſimple: pour cela, il faut trouver un nombre qui diviſe exactement le numérateur 9 & le dénominateur 12. Je trouve que le nombre 3 peut ſervir de diviſeur exact; car, prenant le tiers de 9, il vient 3 pour numérateur de la nouvelle fraction; & prenant auſſi le tiers de 12, il vient 4 pour dénominateur; enſorte que l'on a pour nouvelle fraction $\frac{3}{4}$, égaux à $\frac{9}{12}$, ou $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.

NOTA. Mais, ſi les nombres de la fraction à réduire ſont ſi grands qu'on ne puiſſe pas voir tout-à-coup un commun diviſeur exact, il y a plus de difficulté : alors il faudra employer les méthodes ſuivantes.

PRINCIPE I.

Il faut examiner ſi le numérateur eſt plus grand que le dénominateur : dans cette ſuppoſition on diviſera le numérateur par le dénominateur. Le quotient donnera les entiers contenus dans la fraction.

Ainſi, $\frac{12}{3} = 4$ entiers, & $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$.

Ce principe eſt pour les fractions impropres ; étant de la plus grande néceſſité, il eſt eſſentiel de le bien connoître.

PRINCIPE 2.

Si les derniers chifres du numérateur & du dénominateur ſont à nombre pair, on pourra toujours diviſer l'un & l'autre par 2, ou bien les réduire, en prenant moitié ſur moitié.

Ainſi, $\frac{8}{48} = \frac{4}{24} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$: cette derniere fraction $\frac{1}{6}$ vaut autant que la premiere $\frac{8}{48}$.

Quand on a épuiſé la diviſion par 2, ſi l'on peut continuer par 3, par 5, &c. il faut le faire ; enfin, il faut employer tous les nombres qu'on peut voir être des diviſeurs exacts.

EXEMPLE.

Réduiſez la fraction $\frac{5760}{57600}$ à ſon expreſſion la plus ſimple ?

OPÉRATION.

Après avoir retranché un zéro tant au numérateur qu'au dénominateur, prenez autant que poſſible moitié ſur moitié, ainſi que le tiers ſur tiers, dès que les moitiés ſeront épuiſées ; vous trouverez que cette fraction $= \frac{1}{10}$. En effet, $\frac{5760}{57600} = \frac{576}{5760} = \frac{288}{2880} = \frac{144}{1440} = \frac{72}{720} = \frac{36}{360} = \frac{18}{180} = \frac{9}{90} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$.

On a vu cette fraction pag. 107 ; on réduira de même la fraction $\frac{576}{1728}$, qu'on a vu pag. 102.

PRINCIPE 3.

Si le numérateur & le dénominateur ſont terminés par 5, on peut toujours les diviſer par 5.

EXEMPLE.

Soit à réduire la fraction $\frac{5}{15}$, cette fraction $= \frac{1}{3}$; car en diviſant, tant le numérateur que le dénominateur par 5, on trouve $\frac{1}{3}$; de même $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.

Qu'on ne perde pas de vue que, pour réduire une fraction, il faut pouvoir diviſer exactement ſes termes par la même quantité.

PRINCIPE 4.

Si le numérateur & le dénominateur ſont terminés par zéro, on peut toujours les diviſer par 5 ou par 10 : mais pour abréger, il faut retrancher autant de zéros d'un côté que de l'autre, & réduire le reſte, ſi cela ſe peut, ainſi : $\frac{20}{100} = \frac{2|0}{10|0} = \frac{1}{5}$; car en retranchant un zéro de part & d'autre, il reſte $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$: de même $\frac{600}{800} = \frac{6|00}{8|00} = \frac{3}{4}$: de même $\frac{100}{100} = \frac{1}{10}$.

PRINCIPE 5.

Si les chifres du numérateur & du dénominateur ajoutés ſont 9, on pourra diviſer l'un & l'autre par 3.

EXEMPLE.

Soit la fraction $\frac{63}{81}$: ici la ſomme des chifres du numérateur fait 9; car 6 & 3 = 9; tout comme les chifres du dénominateur; car 8 & 1 = 9 : de-là je conclus que 63 & 81 ſont diviſibles par 3. En effet, en effectuant la diviſion, on aura $\frac{63}{81} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9}$: enſorte que $\frac{63}{81} = \frac{7}{9}$.

AVERTISSEMENT.

Quand on ne peut pas diviſer exactement par 2, par 4, par 3, par 10, &c. enfin, quand on ne voit pas facilement le commun diviſeur exact d'une fraction, il faut employer la méthode générale ci-après : ſi celle-là ne réuſſit pas, on peut conclure que la fraction eſt irréductible, c'eſt-à-dire, qu'il eſt impoſſible de la réduire à des plus petits termes.

Au reſte, on ne doit pas en être ſurpris, parce qu'il y a beaucoup de ces fractions n'ayant d'autre commun diviſeur que l'unité : comme, par exemple, $\frac{13}{17}$, $\frac{11}{13}$ &c.

Méthode générale pour trouver le plus grand commun diviſeur, de deux nombres.

1°. Diviſez le plus grand nombre par le plus petit; & ſi la diviſion ſe fait exactement & ſans reſte, le plus petit nombre ſera le plus grand commun diviſeur cherché. 2°. Si, après cette diviſion, il y a un reſte, ſans faire attention au quotient, diviſez par ce reſte le nombre qui dans la diviſion précédente étoit le diviſeur, & continuez l'opération, diviſant toujours le dernier diviſeur par le dernier reſte, juſqu'à ce que vous trouviez un reſte qui diviſe exactement le dernier diviſeur. Ce dernier reſte, ou ce dernier diviſeur, ſera le plus grand commun diviſeur que vous cherchez.

EXEMPLE.

Soit la fraction $\frac{91}{294}$ à réduire à l'expreſſion la plus ſimple qu'il eſt poſſible.

Pour cela, cherchez le plus grand commun diviſeur de 294 & de 91. 1°. Diviſez 294 par 91; & négligeant le quotient 3, le reſte eſt 21. 2°. Diviſez 91 par 21; & négligeant le quotient 4, le reſte eſt 7. 3°. Diviſez le premier reſte 21 par le ſecond reſte 7, vous trouverez ici que la diviſion s'effectue ſans reſte; je conclus de-là que 7 eſt le plus grand commun diviſeur de 294 & de 91. Dès-lors, effectuant la diviſion de deux nombres par 7, on aura $\frac{13}{42}$; expreſſion la plus ſimple à laquelle on puiſſe réduire la fraction $\frac{91}{294}$.

NOTA 1. Quand les diviſions qu'on fait pour trouver le plus grand commun diviſeur, viennent enfin à avoir l'unité pour le dernier reſte, c'eſt une marque que la fraction ne peut pas être réduite à une expreſſion plus ſimple; alors elle eſt irréductible.

NOTA 2. Quand une fraction, irréductible de ſa nature, peut devenir réductible, en ajoutant ou en ſouſtraiſant une quantité infiniment petite

ou au numérateur ou au dénominateur, on ne doit pas balancer de le faire ; parce qu'il eſt ſûr que cette quantité infiniment petite ajoutée ou ôtée, ne dénature pas la fraction : on a d'ailleurs cet avantage que, la valeur de fraction ne paroiſſant pas ſous la forme irréductible, ſe préſente facilement à l'œil par la méthode que j'indique. Par exemple, la fraction $\frac{81}{400}$ eſt irréductible ; on ne voit pas même, tout-à-coup, ſa valeur ; tandis que ſi, au lieu de 81, vous mettez $\frac{80}{400}$, vous la connoîtrez dans l'inſtant ; car vous aurez, en retranchant un zéro de part & d'autre, $= \frac{8}{40} = \frac{4}{20} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$: donc $\frac{81}{400} = \frac{1}{5}$.

En mettant 80 pour numérateur, au lieu de 81, ai-je dénaturé la fraction ? Non, ſans doute ; puiſque je n'ai fait que tirer $\frac{1}{400}$ d'un tout : or qu'eſt-ce que la quatre-centieme partie d'un tout, quelquefois très-petit ou de peu de valeur en lui-même ?

J'ai grandement peſé ſur la réduction d'une fraction à une expreſſion plus ſimple, parce que j'ai ſenti qu'elle étoit la baſe des opérations fractionnaires : on ne ſauroit s'y exercer aſſez.

RÉDUCTION II.

Étant donnés un ou pluſieurs entiers, réduiſez-les en tel dénominateur ou en telle dénomination qu'on voudra, ſans changer la valeur.

SOLUTION.

1°. Multipliez l'entier ou entiers par le nombre que vous voulez avoir pour dénominateur : 2°. placez ce dénominateur ſous le produit, & vous aurez une fraction égale à l'entier.

EXEMPLE.

On veut réduire 8 entiers en une fraction qui ait 6 pour dénominateur ; c'eſt comme ſi l'on diſoit : on demande de réduire 8 aunes en ſixiemes. Pour cela, multipliez 8 par 6, vous aurez 48 pour numérateur ; ſous 48 écrivez 6, qui ſera le dénominateur, vous aurez $\frac{48}{6}$: or $\frac{48}{6} = 8$.

RÉDUCTION III.

Étant donnés un entier & une fraction, réduiſez-les en une ſeule fraction de même valeur.

SOLUTION.

1°. Multipliez l'entier par le dénominateur de la fraction : 2°. ajoutez au produit le numérateur de la fraction : 3°. placez ſous ce produit le dénominateur de la fraction, vous aurez une nouvelle fraction qui ſera égale à l'entier & à la fraction.

EXEMPLE.

On veut réduire $10\frac{1}{3}$ en une ſeule fraction, c'eſt-à-dire tout en tiers; pour cela, multipliez 10 par 3, vous aurez 30; ajoutez 1, numérateur de la fraction, vous aurez 31; mettez 3 ſous 31, il viendra $\frac{31}{3}$: or, $\frac{31}{3} = 10\frac{1}{3}$.

Ce principe eſt très-important pour les multiplications: on doit y faire une grande attention.

RÉDUCTION IV.

Étant donné un nombre fractionnaire plus grand que l'unité, réduiſez-le en entiers & fraction.

SOLUTION.

Diviſez le numérateur de la fraction par ſon dénominateur, le quotient donnera des entiers: s'il y a un reſte, ce reſte ſera le numérateur d'une nouvelle fraction qui aura même dénominateur que la premiere.

EXEMPLE.

Combien d'entiers y a-t-il dans la fraction $\frac{66}{12}$? Diviſez 66 par 12, il viendra au quotient 5 entiers, & il reſtera la fraction $\frac{6}{12}$; enſorte que $\frac{66}{12} = 5$ entiers $\frac{6}{12}$ ou 5 entiers $\frac{1}{2}$.

Cette réduction ſuit du principe 1, pag. 114, pour les fractions impropres.

RÉDUCTION V.

Étant donné un entier, réduiſez-le en une fraction qui ait l'unité pour dénominateur.

SOLUTION.

Pour cela, mettez tout ſimplement l'unité ſous l'entier: ainſi, pour réduire 6 en fraction, on aura $\frac{6}{1} = 6$.

On ſe ſert de cette méthode dans la multiplication des entiers par des fractions: par exemple, ſi l'on vouloit multiplier 6 par $\frac{2}{3}$, on auroit $\frac{6}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{3} = 4$.

RÉDUCTION VI.

Étant données deux ou pluſieurs fractions, réduiſez-les au même dénominateur.

Cette opération de réduction au même dénominateur eſt une des principales; car il eſt impoſſible d'ajouter ni de ſouſtraire les fractions qu'autant qu'elles ſont réduites au même dénominateur: il importe donc d'en bien ſaiſir le principe.

Pour réduire deux fractions au même dénominateur ſans changer la valeur, comme $\frac{5}{8}$ & $\frac{2}{3}$, il faut multiplier les deux termes de la premiere par 3, dénominateur de la ſeconde, & les deux termes de la ſeconde par 8, dénominateur de la premiere: ainſi, en multipliant $\frac{5}{8}$ par 3, j'aurai $\frac{15}{24}$; & en multipliant $\frac{2}{3}$ par 8, il viendra $\frac{16}{24}$: enſorte que $\frac{5}{8}$ & $\frac{2}{3}$ ſe convertiront en $\frac{15}{24}$ $\frac{16}{24}$.

Ce principe eſt général pour deux fractions à réduire.

PREMIERE MÉTHODE.

Quand il y a trois fractions, l'opération eſt un peu plus difficile: alors il faut multiplier le numérateur & le dénominateur de chacune, par le produit des dénominateurs de deux autres.

Soient les fractions $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ à réduire au même dénominateur.

1°. Commençant par la *premiere*, prenez le produit des dénominateurs de la ſeconde & de la troiſieme, en diſant: 3 fois 5 font 15;

multipliez ce produit par 5, numérateur de la premiere, vous aurez 75 pour numérateur de la nouvelle fraction.

2°. Pour la *seconde*, prenez les dénominateurs de la premiere & de la troiſieme; dites : 6 fois 5 = 30 : multipliez ce produit par 2, numérateur de la ſeconde = 60, qui deviendra numérateur de la ſeconde fraction.

3°. Paſſant à la *troiſieme*, prenez les produits des dénominateurs des deux premieres, diſant : 6 fois 3 = 18 : multipliez ce produit par 4, numérateur de la troiſieme, il viendra 72 pour numérateur de la troiſieme fraction : enſorte que vous aurez 75 pour numérateur de la premiere, 60 pour numérateur de la ſeconde, & 72 pour numérateur de la troiſieme fraction.

Pour former les dénominateurs égaux & communs, multipliez tous les dénominateurs l'un par l'autre, & le dernier produit ſera le dénominateur égal & commun à toutes les fractions : ainſi, multipliant 6 par 3 = 18, 18 par 5 = 90, ce nombre 90 eſt le dénominateur commun; le mettant ſous chaque numérateur, on aura $\frac{75}{90}$ $\frac{60}{90}$ $\frac{72}{90}$, qui égalent $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$.

NOTA. On pourroit réduire par la même méthode tant de fractions qu'on voudroit : il faut convenir néanmoins que, lorſqu'il y en a pluſieurs à réduire au même dénominateur, cette méthode, la ſeule dont on ſe ſert ordinairement, eſt fatiguante. Nous allons en donner une autre, très-aiſée & très-abrégée.

SECONDE MÉTHODE.

Quand il y a pluſieurs fractions à réduire au même dénominateur, il faut trouver dans ſon eſprit un nombre, le plus petit poſſible qui ſoit diviſible exactement par tous les dénominateurs des fractions.

Le nombre 12 ſe diviſe exactement par 2, 3, 4, 6.

Le nombre 24 ſe diviſe exactement par 2, 3, 4, 6, 8.

Le nombre 48 ſe diviſe exactement par 2, 3, 4, 6, 8, 16.

Pour trouver donc un commun dénominateur à pluſieurs fractions régulières, (on dira bientôt ce qu'on entend par fraction régulière,) il

il faut choisir l'un des trois nombres ci-dessus comme le nombre 12, pour le diviser par les dénominateurs de chaque fraction : 2°. on multipliera le quotient par chaque numérateur; le produit qui en résultera sera le numérateur de la fraction qui lui correspond; & pour dénominateur commun on mettra le nombre 12, ou tel autre qui auroit servi de dividende.

EXEMPLE.

Soient les fractions $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}$ à réduire au même dénominateur.

SOLUTION.

Le nombre 12 étant divisible par tous ces dénominateurs, je m'en sers pour effectuer mon opération : ayant disposé mes fractions en colonne perpendiculaire & le nombre 12 au milieu, on aura

12

$\frac{3}{4}$ . . . . = ... $\frac{9}{12}$

$\frac{1}{2}$ . . . . = ... $\frac{6}{12}$

$\frac{2}{3}$ . . . . = ... $\frac{8}{12}$

$\frac{5}{6}$ . . . . = ... $\frac{10}{12}$

$\frac{11}{12}$ . . . . = ... $\frac{11}{12}$

OPÉRATION.

Je dis, commençant par la premiere: en 12 combien de fois le dénominateur 4 est-il contenu? 3 fois. Multipliant ce quotient 3 par le numérateur 3 de la fraction, il vient 9 pour numérateur de la nouvelle fraction, à laquelle donnant 12 pour dénominateur, il vient $\frac{9}{12}$, qu'on met à côté & vis-à-vis. Passant à la seconde, je dis: en 12 combien de fois le dénominateur 2 est-il contenu? 6 fois. Multipliant 6 par 1, numérateur de la fraction, il vient 6 pour numérateur de la nouvelle, à laquelle donnant 12 pour dénominateur, on a $\frac{6}{12}$, qu'on met à côté & en colonne. On fera de même pour les autres fractions; dès-lors elles se trouveront réduites au même dénominateur. S'il étoit question de les ajouter, il faudroit ajouter tout simplement tous les

numérateurs & mettre ſous la ſomme le dénominateur commun : ſi la fraction devenoit impropre, on diviſeroit le numérateur par le dénominateur, & le quotient donneroit les entiers renfermés dans les fractions. Nous verrons bientôt cette opération à l'article de l'addition.

NOTA. Si dans les fractions il y a des $\frac{1}{8}$, il faut ſe ſervir du nombre 24 pour dividende : s'il y a des $\frac{1}{16}$, il faut ſe ſervir du nombre 48, & opérer comme par les parties de 12.

Les nombres 12, 24, 48 ne peuvent ſervir de dividende que pour les fractions régulières : quand il y en a d'irrégulières, il faut ſavoir trouver ce dividende commun, qui enſuite devient dénominateur. Il eſt vrai qu'on a un grand avantage en ſachant réduire les régulières ; attendu que preſque dans tout commerce on n'emploie que celles-là.

On entend par fractions régulières, celles dont le dénominateur diviſe exactement les nombres 12, ou 24, ou 48 ; telles ſont $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{11}{16}$.

On entend par fractions irrégulières, celles dont le dominateur ne diviſe pas exactement les nombres 12, 24, 48 ; comme ſont les fractions $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{5}{9}$ &c. Alors, pour trouver un dividende exact qui puiſſe devenir dénominateur commun, il faut multiplier les dénominateurs les uns par les autres, & le dernier produit ſera le dividende exact ; c'eſt-à-dire, le nombre qui ſe diviſera exactement par tous les dénominateurs des fractions. Ainſi, pour trouver le dividende exact des fractions irrégulières $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{5}{9}$, il faudroit multiplier 5 par $7 = 35$, 35 par $9 = 315$; enſorte que ce nombre 315 ſera le nombre qui ſe diviſera exactement par tous les dénominateurs de ces trois fractions. Ayant trouvé ce dividende exact, on opéreroit comme ci-deſſus.

315

$\frac{1}{5}$ . . . . = ... $\frac{63}{315}$

$\frac{3}{7}$ . . . . = ... $\frac{135}{315}$

$\frac{5}{9}$ . . . . = ... $\frac{175}{315}$

Diſant : en 315 combien de fois le dénominateur 5 eſt-il contenu ? 63 fois : multipliant 63 par 1, numérateur de la fraction, on

à 63 pour numérateur de la nouvelle fraction, à laquelle donnant 315 pour dénominateur, on trouve $\frac{63}{315} = \frac{1}{5}$. Pour la seconde fraction, on diroit: en 315 combien de fois le dénominateur 7 est-il contenu? il y est contenu 45 fois; multipliant ce nombre par 3, numérateur de la fraction, on a 135 pour numérateur de la nouvelle fraction, à laquelle donnant 315 pour dénominateur, on a $\frac{135}{315} = \frac{3}{7}$: on fera de même pour la troisième, & on aura la nouvelle fraction $\frac{175}{315} = \frac{5}{9}$.

Si l'on voit des fractions régulières & irrégulières à réduire en même tems, au lieu de multiplier tous les dénominateurs les uns par les autres pour trouver un dividende qui deviendroit très-grand & qui conséquemment rendroit l'opération très-pénible, on se contentera de multiplier les dénominateurs des fractions irrégulières par le nombre qu'on voit pouvoir être divisible par les dénominateurs des fractions régulières; le produit qu'on trouvera sera le nombre qui se divisera exactement par les dénominateurs de toutes les fractions: quant au reste, on opérera comme ci-dessus.

EXEMPLE.

Soient les fractions régulières & irrégulières à réduire au même dénominateur: $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{7}$.

Comme le nombre 12 est divisible par les dénominateurs des 4 premières fractions régulières, on multipliera seulement 12 par $5 = 60$, & par $7 = 420$. Ensorte que le nombre 420 sera le nombre qui se divisera exactement par tous les dénominateurs, tant des fractions régulières que des irrégulières. Ainsi on aura, en opérant comme ci-devant:

420

$\frac{1}{2}$ . . . . = ... $\frac{210}{420}$

$\frac{3}{4}$ . . . . = ... $\frac{315}{420}$

$\frac{5}{6}$ . . . . = ... $\frac{350}{420}$

$\frac{2}{3}$ . . . . = ... $\frac{280}{420}$

$\frac{1}{5}$ . . . . = ... $\frac{84}{420}$

$\frac{3}{7}$ . . . . = ... $\frac{180}{420}$

OBSERVATION I.

Les fractions réduites au même dénominateur ſont de même valeur que les premières: car, en les réduiſaut au même dénominateur, on multiplie les deux termes par la même quantité: donc on ne change pas la valeur.

OBSERVATION 2.

Quelquefois il eſt très-difficile de connoître laquelle de deux fractions eſt la plus grande: en les réduiſant au même dénominateur, vous les connoîtrez facilement: celle-là ſera la plus grande qui aura le plus grand numérateur.

Si l'on avoit, par exemple, les deux fractions $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$, & qu'on ne connut pas la plus grande, alors on les réduiroit au même dénominateur; & ayant $\frac{18}{24}$ $\frac{20}{24}$, on verroit facilement que $\frac{20}{24}$ eſt la plus grande; conſéquemment $\frac{5}{6}$, qui correſpond à $\frac{20}{24}$, eſt une fraction plus grande que $\frac{3}{4}$.

De l'évaluation des fractions.

Evaluer une fraction, c'eſt la réduire en parties connues d'un tout: ſi l'on avoit, par exemple, la fraction $\frac{3}{4}$ d'un écu & qu'on la réduiſit en baches, on évalueroit cette fraction.

PRINCIPE.

Pour faire cette opération, il faut multiplier le numérateur de la fraction par le nombre qui exprime combien de fois la grande quantité contient la petite; on diviſera enſuite le produit par le dénominateur de la fraction; le quotient donnera la valeur requiſe de la fraction en telle eſpèce qu'on déſirera.

EXEMPLE I.

Combien valent $\frac{3}{4}$ d'écu, (l'écu à 20 baches) = 15 baches?

OPÉRATION.

Multipliez 3 par 20, vous aurez 60 baches: diviſez 60 par 4, vous aurez 15 baches pour valeur requiſe.

NOTA. Il arrive assez souvent qu'on ne peut pas faire la division sans trouver un reste, alors il faut réduire ce reste à la petite espèce & continuer toujours à diviser par le dénominateur de la fraction.

EXEMPLE II.

Combien valent $\frac{3}{5}$ d'un louis-d'or de France? Ils valent 4 écus, 2^{tt} 8 f.

OPÉRATION.

Multipliez le numérateur par 8 écus, vous aurez 24 écus: divisez ce produit par 5, vous aurez 4 écus 2^{tt} 8 f. pour les $\frac{3}{5}$ d'un louis-d'or.

En effectuant la division, j'ai mis en livres le reste des écus, & en sols le reste des livres: (l'écu de France = 3^{tt}, la livre = 20 f.)

EXEMPLE III.

Evaluez $\frac{5}{7}$ d'une toise; (toise de 6 pieds).

OPÉRATION.

Multipliez 5 par 6 pieds = 30 pieds; divisez ce produit par 7, vous aurez pour valeur désirée 4 pieds, 3 pouces, 5 lig. $\frac{1}{7}$.

En effectuant l'opération, j'ai mis le reste des pieds en pouces, le reste des pouces en lignes, & j'ai toujours divisé par le dénominateur 7.

Ces principes s'appliqueront à toute évaluation de fraction qu'on pourroit imaginer.

DE L'ADDITION DES FRACTIONS.

La définition de l'addition des fractions est la même que celle de l'addition simple, pag. 13.

1er CAS. PRINCIPE I.

Si les fractions qu'on veut ajouter ont le même dénominateur, il faut ajouter tout simplement tous les numérateurs & placer sous cette somme le dénominateur commun; alors on aura une fraction qui exprimera la somme totale.

EXEMPLE I.

Ajoutant $\frac{3}{8}$ avec $\frac{2}{8}$, quelle quantité aura-t-on ?

Pour faire cette opération, dites : 3 & 2 font 5 ; voilà votre numérateur : posez ensuite 8, dénominateur commun, sous le 5, vous aurez $\frac{5}{8}$ pour quantité désirée.

EXEMPLE II.

Ajoutant les fractions suivantes, qui représentent des parties d'aunes, ci . $\frac{5}{12}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{1}{12}$ d'aune, quelle quantité aura-t-on ?

OPÉRATION.

Ajoutez tous les numérateurs $5 + 8 + 11 + 4 + 3 + 1$, vous aurez 32. Placez le dénominateur commun 12 sous le nombre 32, viendra la fraction impropre $\frac{32}{12}$ d'aune. Tirez les entiers par la division, vous trouverez 2 aunes $\frac{8}{12}$, ou 2 aun. $\frac{2}{3}$ pour valeur des six fractions.

Si les fractions sont placées perpendiculairement traversées par une ligne droite, on opérera toujours comme il est expliqué ci-dessus.

Pour ajouter plus facilement les numérateurs, on les prend par côté, & les plaçant de suite en colonne, on les ajoute après.

EXEMPLE III.

Ajoutez les fractions d'aune,

$\frac{5}{8}$ ..... 5 Numérateurs.
$\frac{3}{8}$ 3
$\frac{6}{8}$ 6
$\frac{1}{8}$ 1

15 Somme des numérateurs.

= 1 aun. $\frac{7}{8}$

Les fractions se trouvant réduites au même dénominateur, j'ai pris par côté les numérateurs qui en somme ont donné 15. J'aurois pu mettre le dénominateur commun 8 sous 15 ; dès-lors j'aurois eu pour

fraction $\frac{15}{8}$; mais la fraction étant impropre, j'ai tiré de ſuite l'entier par la diviſion dont le quotient 1 au $\frac{7}{8}$ m'a déſigné la valeur des 4 fractions données : on place la fraction ſous la colonne des fractions & les entiers un peu plus en avant, vers la gauche.

On peut encore placer les fractions perpendiculairement, mais traverſées par une ligne oblique, ainſi qu'on les place dans le commerce; le principe eſt toujours le même : dans cette poſition on ne tire point, par côté, les numérateurs, attendu que ſe trouvant à découvert par la gauche, on peut les ajouter facilement. J'ai cru, pour l'avantage de tous, devoir faire connoître ces différentes poſitions.

MÊME EXEMPLE.

Ajoutez 5/8
. . . 3/8
. . . 6/8
. . . 1/8

= 15/8 = 1 aun. 7/8.

2^d CAS. PRINCIPE II.

Si les fractions à ajouter n'ont pas le même dénominateur, alors il faut les y réduire; (voyez le principe, pag. 119.) cela fait, on opére comme dans le premier cas.

EXEMPLE.

Ajoutez $\frac{3}{4}$ d'aune avec $\frac{2}{3}$ d'aune, vous aurez 1 aune $\frac{5}{12}$.

OPÉRATION.

Réduiſez vos deux fractions au même dénominateur; elles ſe convertiront en $\frac{9}{12}$ & $\frac{8}{12}$; ce qui donne $\frac{17}{12}$ ou 1 $\frac{5}{12}$: enſorte que $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{3}$ = 1 aune $\frac{5}{12}$.

3e CAS. PRINCIPE III.

S'il y a des entiers & des fractions à ajouter avec des entiers & fractions, il faudra commencer par les fractions, & opérer d'après les principes déja établis : ſi les fractions donnent des entiers, on les porte

à la colonne des entiers pour les ajouter, d'après les principes de l'addition ſimple, pag. 13.

EXEMPLE.

Ajoutez 4 pauſes $\frac{5}{7}$ de pauſe d'un champ, avec 12 pauſes $\frac{3}{5}$.

POSITION.

4 pauſes $\frac{5}{7}$ de pauſe.
12 pauſes $\frac{3}{5}$ . . . . .

Somme = 17 pauſes $\frac{11}{35}$.

EXPLICATION.

Réduiſez $\frac{5}{7}$ & $\frac{3}{5}$ au même dénominateur, vous aurez $\frac{25}{35}$ $\frac{21}{35}$: ce qui donne $\frac{46}{35}$, & tirant l'entier par la diviſion, on a 1 pauſe & $\frac{11}{35}$ de pauſe. Portez votre fraction à la colonne des fractions, & l'entier à à ſa colonne, vous trouverez en total 17 pauſes $\frac{11}{35}$.

Cette opération eſt très-utile aux arpenteurs. Bientôt nous apprendrons à évaluer ces $\frac{11}{35}$ de pauſe ſur un prix donné, à tant la pauſe.

De l'addition de pluſieurs fractions régulières.

Pour ajouter pluſieurs fractions régulières, nous nous ſervirons des parties de 12, de 24 & de 48. Des parties de 12, ſi les fractions ne renferment pas des $\frac{1}{8}$; mais ſi elles en renferment, il faudra choiſir les parties de 24: ſi elles renferment des $\frac{1}{16}$, il faudra choiſir le nombre 48 pour en faire l'uſage qui va être dit.

PRINCIPE.

1°. Il faut diviſer un des nombres choiſis par chaque dénominateur de fraction, & multiplier enſuite le quotient trouvé par chaque numérateur. 2°. Il faut mettre à côté & en colonne chaque produit réſultant. 3°. On ajoutera tous les produits. 4°. On diviſera la ſomme qui en proviendra par le nombre choiſi qui déja auroit ſervi de dividende: le quotient qui réſultera de cette dernière diviſion, donnera les entiers contenus dans toutes les fractions.

EXEMPLE I.

EXEMPLE I. *Par les parties de* 12.

Ajoutez les entiers & fractions ci:

12

5 $\frac{3}{4}$ aun. . . .	9
3 $\frac{1}{6}$	10
10 $\frac{1}{3}$	8
2 $\frac{1}{2}$	6
1 $\frac{5}{12}$	5
Somme . . . 24 $\frac{1}{6}$ aun.	38 | 12
	= 3 aun. $\frac{2}{12}$ ou 3 aun. $\frac{1}{6}$.

EXPLICATION.

1°. Nous avons pris le nombre 12 pour dividende, parce qu'il eſt diviſible exactement par tous les dénominateurs: cela poſé, nous avons dit, commençant par la première fraction: en 12 combien de fois le dénominateur 4 eſt-il contenu? 3 fois. Multipliant ce quotient 3 par le numérateur 3 de la même fraction, nous avons eu 9, que nous avons mis à côté & vis-à-vis.

Paſſant à la ſeconde, nous avons dit: en 12 combien de fois le dénominateur 6 eſt-il contenu? il y eſt contenu 2 fois. Multipliant ce quotient 2 par 5, numérateur de la même fraction, on a 10, qu'on place à côté & vis-à-vis.

Ainſi fera-t-on des autres fractions. Ayant ajouté tous les produits, leur ſomme = 38, qui diviſé par 12, dénominateur commun, a donné 3 aun. $\frac{1}{6}$: dès-lors nous avons poſé $\frac{1}{6}$ à la colonne des fractions, & prenant les 3 aunes, nous les avons ajoutées avec les autres; ce qui a donné en totalité 24 aun. $\frac{1}{6}$.

EXEMPLE II. *Par les parties de 24.*

Ajoutez les entiers & fractions ci:

	24
10 $\frac{3}{4}$ aun.	18
5 $\frac{5}{12}$	10
3 $\frac{3}{8}$	9
8 $\frac{5}{8}$	15
12 $\frac{11}{12}$	22
3 $\frac{2}{3}$	16
1 $\frac{1}{12}$	2
Total . . . 45 $\frac{5}{8}$ aun.	92 | 24
	= 3 aun. $\frac{20}{24}$ ou 3 aun. $\frac{5}{6}$.

EXPLICATION.

Ici nous nous ſommes ſervis du nombre 24, parce que ce nombre eſt exactement diviſible par tous les dénominateurs des fractions. Cela poſé, nous avons dit, commençant par la première fraction: en 24 combien de fois le dénominateur 4 eſt-il contenu? 6 fois: multipliant 6 par 3, numérateur de la fraction, on trouve 18, qu'on place à côté & vis-à-vis.

Paſſant à la ſeconde, on dit: en 24 combien de fois le dénominateur 12? 2 fois: multipliant 2 par 5, numérateur de la même fraction, on trouve 10, qu'on place à côté & vis-à-vis.

Ainſi des autres: on ajoute les produits qui donnent 92; on les diviſe par 24, & on trouve 3 aunes $\frac{5}{6}$; ce qui donne en totalité, avec les autres entiers, 45 aunes $\frac{5}{8}$.

EXEMPLE III. *Par les parties de* 48.

		48	
Ajoutez . .	22 aun. $\frac{1}{4}$	36	
	14 $\frac{1}{16}$	3	
	10 $\frac{1}{2}$	24	
	5 $\frac{7}{8}$	42	
	12 $\frac{2}{8}$	32	
	4 $\frac{5}{16}$	15	
Total . .	70 aun.	152 | 48	
		3 aun. $\frac{8}{48}$ ou 3 aun. $\frac{1}{6}$.	

EXPLICATION.

Ici nous nous ſommes ſervis du nombre 48; parce que ce nombre eſt exactement diviſible par 16, & par tous les autres dénominateurs des fractions.

Cela poſé, nous avons dit, 1°. en 48 combien de fois le dénominateur 4 eſt-il contenu? 12 fois: multipliant 12 par 3, on a 36, qu'on met à côté: 2°. en 48, combien de fois le dénominateur 16 eſt-il contenu? 3 fois: multipliant 3 par 1, numérateur de la fraction, on a 3, qu'on poſe à côté. Ainſi des autres: on ajoute tous les produits qui donnent 152, & diviſant cette ſomme par 48, on trouve au quotient 3 aunes $\frac{8}{48}$ ou 3 aunes $\frac{1}{6}$. On porte la fraction à la colonne des fractions, & prenant les 3 entiers pour les ajouter avec les autres, on trouve en total 70 aunes $\frac{1}{2}$.

De la preuve de l'addition des fractions.

La preuve de l'addition des fractions ſe fait comme la preuve de l'addition ſimple, pag. 25. Si vous avez opéré de haut en bas, opérez de nouveau de bas en haut; ſi vous trouvez la même ſomme, l'o-

pération eſt juſte. Au reſte, pour ne plus nous répéter & trouvant ici l'occaſion d'en parler, nous dirons que les preuves des quatre principales règles en fraction, ſavoir, l'addition, ſouſtraction, multiplication & diviſion, ſe font par les mêmes principes que ceux établis pour les quatre opérations ſimples. La preuve de l'addition, comme il eſt dit ci-deſſus; la preuve de la ſouſtraction, par l'addition; celle de la multiplication, par la diviſion; & enfin, celle de la diviſion, par la multiplication.

Addition des fractions irrégulières.

PRINCIPE.

Toute la difficulté pour les fractions irrégulières conſiſte à trouver un nombre qui ſoit diviſible exactement par tous les dénominateurs des fractions: quoique nous ayons déja expliqué, pag. 122, la manière de le trouver, nous répéterons ici que c'eſt en multipliant ſucceſſivement tous les dénominateurs les uns par les autres, qu'on le trouve: le dernier produit de toutes ces multiplications eſt préciſément ce nombre qui eſt diviſible & qui peut devenir enſuite dénominateur commun.

Quant au reſte, on opére comme pour les fractions régulières.

EXEMPLE.

Le ſouverain a 3 coupes de bois taillis qu'il veut vendre: la première coupe contient 5 arpens $\frac{3}{5}$; la ſeconde en contient 11 arpens $\frac{2}{7}$; la troiſième 12 arpens $\frac{5}{9}$: on demande la contenance totale du bois?

POSITION DE RÉGLE.

315

5 arp.	$\frac{3}{5}$	. . . . .	189
11	$\frac{2}{7}$	. . . . .	90
12	$\frac{5}{9}$	. . . . .	175
Total .. 29	$\frac{4}{5}$		454 | 315

1 arp. $\frac{139}{315}$ ou 1 arp. $\frac{2}{3}$ moins $\frac{1}{45}$.

EXPLICATION.

Pour trouver le nombre diviſible, j'ai multiplié tous les dénominateurs l'un par l'autre : 5 par 7 = 35, par 9 = 315. Ayant trouvé ce nombre, j'ai opéré comme ci-deſſus : la ſomme des produits a donné 454 ; lequel nombre diviſé par 315, a donné 1 arpent & la fraction $\frac{139}{315}$; cette fraction eſt irréductible de ſa nature ; mais pour la connoître, j'ai ajouté au numérateur $\frac{1}{315}$; dès-lors ayant $\frac{140}{315}$, j'ai pu la réduire en diviſant ſes termes par 35, & ſa valeur eſt venue à $\frac{4}{9}$ moins $\frac{1}{315}$ que j'avois ajouté. La quantité ajoutée étant un infiniment petit, la valeur de la fraction doit être priſe pour $\frac{4}{9}$: enſorte que les trois fractions irrégulières valent 1 arpent & $\frac{4}{9}$ d'arpent.

NOTA. Si l'on avoit des fractions régulières & irrégulières à ajouter enſemble, on rappellera ce que nous avons dit à l'article de la réduction des fractions régulières & irrégulières, au même dénominateur, pag. 123.

EXEMPLE.

Soient les fractions de pauſe à ajouter.

	420
$\frac{1}{2}$ de pauſe. . = . . .	210
$\frac{3}{4}$ . . . . = ...	315
$\frac{5}{6}$ . . . . = ...	350
$\frac{2}{3}$ . . . . = ...	280
$\frac{1}{5}$ . . . . = ...	84
$\frac{3}{7}$ . . . . = ...	180
= 3 p. $\frac{2}{9}$.	1419 | 420
	3 pauſ. $\frac{2}{9}$.

EXPLICATION.

Pour trouver le dénominateur commun ou un nombre qui ſe diviſe exactement par tous les dénominateurs de ces fractions régulières & irrégulières, j'ai multiplié les dénominateurs des fractions irrégulières

par le nombre 12, parce que j'ai vu, tout-à-coup, que ce nombre eſt diviſible par tous les dénominateurs des fractions régulières: alors j'ai eu 420 pour dividende; car 12 multiplié par 5, donne 60: 60 multiplié encore par 7, donne 420. Ce nombre a été, comme je l'ai déja dit, mon dividende. Ayant opéré comme ci-deſſus, la ſomme des produits a donné 1419; lequel nombre diviſé par 420, a donné pour quotient 3 pauſes avec la fraction $\frac{159}{420}$, qui eſt devenue irréductible après la première réduction par tiers: car elle s'eſt convertie en $\frac{53}{140}$; mais cette fraction $\frac{53}{140}$ ne vaut qu'un quart & un demi-quart, puiſque le $\frac{1}{4}$ & le $\frac{1}{8}$ du dénominateur donnent le numérateur, moins un infiniment petit: enſorte qu'on peut dire que les fractions de l'exemple ci-deſſus ne valent que 3 pauſes $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{8}$, ou bien 3 pauſes $\frac{3}{8}$.

OBSERVATION.

Si l'on fait bien attention aux principes, & qu'on s'exerce ſur les exemples donnés, on peut être ſûr de bien manier les fractions & de n'être jamais embarraſſé dans les opérations les plus difficiles qui ſe préſenteront.

Ceux qui ſe deſtinent à la partie du toiſé & de l'arpentage, doivent ſur-tout y faire beaucoup d'attention: ils peuvent tenir pour certain de ne jamais éprouver de grandes difficultés.

. . . . . .

Bordereau d'aunage par addition des fractions, & multiplication complexe.

4 aun.	$\frac{3}{4}$ à 12^{tt} 3 ſ. l'aune,	monte ci.	57^{tt} 14 ſ. 3 d.
6	$\frac{1}{2}$ à 12. 3.		78. 19. 6.
3	$\frac{5}{6}$ à 12. 3.		46. 11. 6.
7	$\frac{3}{8}$ à 12. 3.		89. 12. 1.
22 aun.	$\frac{11}{24}$.		272^{tt} 17 ſ. 4 d.

PREUVE.

L'aune à 12^{tt} 3 ſ.
Combien valent 22 aun. $\frac{11}{24}$?

24^{tt}	0 ſ.	0 d.	
24.	0	0	
..3	6	0	produit des ſols.
..4	1	0	pour $\frac{8}{24}$ ou le tiers du prix de l'aune.
..1	0	3	pour $\frac{2}{24}$ ou le quart du tiers.
...	10	1	pour $\frac{1}{24}$ ou la moitié du quart.
Valeur = 272^{tt}	17 ſ.	4 d.	

EXPLICATION.

Le bordereau ſert à ajouter les aunes & parties d'aunes, à trouver le prix total; il ſert beaucoup dans les inventaires que les marchands ont coutume de faire de tems à autre.

Pour faire cette opération, on commence 1°. à ajouter les fractions & entiers d'après les principes donnés: 2°. on cherche chaque valeur reſpective par la multiplication; on met chaque produit à côté & en colonne: 3°. on ajoute tous ces produits, & leur ſomme donne la valeur totale de toutes les aunes & parties d'aunes.

NOTA. Si les aunes à ajouter n'avoient pas le même prix, alors la preuve ci-deſſus n'auroit pas lieu. Il faudroit, ſuppoſé qu'on eut ajouté & multiplié de haut en bas, recommencer les opérations de bas en haut; ſi l'on retrouvoit la même ſomme des fractions & entiers avec les mêmes produits, on pourroit être ſûr que l'opération ſeroit bonne.

Les définitions des régles fractionnaires ſont comme les définitions des régles ſimples.

De la ſouſtraction des fractions.

1er CAS. PRINCIPE I.

Si les fractions ſont réduites au même dénominateur, on ôte tout ſimplement le numérateur de celle qu'on veut ſouſtraire du numérateur de l'autre, en laiſſant le dénominateur commun. Dès-lors l'opération eſt faite.

EXEMPLE.

De $\frac{3}{4}$ d'aune tirez $\frac{1}{4}$ d'aune; il reſtera $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ aune.

Les fractions étant réduites au même dénominateur, dites: de 3 tirez 1, reſte 2; & mettant le dénominateur 4 ſous ce nombre 2, vous avez $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ pour reſte.

2d CAS. PRINCIPE II.

Si les fractions ne ſont pas réduites au même dénominateur, il faut les y réduire: cela fait, on opére comme dans le premier cas.

EXEMPLE.

De $\frac{3}{4}$ d'aune tirez $\frac{2}{3}$ d'aune; combien reſtera-t-il? $= \frac{1}{12}$ d'aune.

Réduiſez les fractions, vous aurez $\frac{9}{12}$ & $\frac{8}{12}$; de 9 tirez 8, il reſtera $\frac{1}{12}$.

3e CAS. PRINCIPE III.

S'il eſt queſtion de ſouſtraire une fraction d'un entier, on prendra 1°. ſur l'entier une unité qu'on réduira en une fraction, qui aura pour numérateur & pour dénominateur un nombre ſemblable au dénominateur de la fraction à ſouſtraire; 2°. on opérera enſuite comme dans le premier cas.

EXEMPLE I.

De 6 aunes, tirez un tiers d'aune; combien reſtera-t-il? Il reſte 5 aunes $\frac{2}{3}$.

POSITION.

POSITION. De 6 aunes 0
Tirez 0 $\frac{1}{3}$ d'aune.
Reſte . 5 aunes $\frac{2}{3}$.

Pour faire cette opération, je dis: qui de zéro tire $\frac{1}{3}$, cela ne ſe peut; alors j'emprunte ſur le 6 une unité qui vaut $\frac{3}{3}$, d'où tirant $\frac{1}{3}$ reſte $\frac{2}{3}$. Le reſte à l'ordinaire.

4e CAS. PRINCIPE IV.

S'il y a des entiers à la tête des fractions, il faudra 1°. opérer ſur les fractions comme ci-deſſus: 2°. on opérera enſuite ſur les entiers, ſelon les principes de la ſouſtraction ordinaire.

EXEMPLE I.

Thomas, marchand, confie au tailleur une pièce d'étoffe qui renferme 24 aunes $\frac{3}{4}$; le tailleur n'en rend que 10 aunes $\frac{1}{3}$, on demande combien celui-ci en a pris? Il en a pris 14 aunes $\frac{5}{12}$.

POSITION. Livré = 24 aun. $\frac{3}{4}$ d'aune.
Rendu = 10 aun. $\frac{1}{3}$.
Pris = 14 aun. $\frac{5}{12}$.
Preuve = 24 aun. $\frac{3}{4}$.

OPÉRATION.

Réduiſez au même dénominateur $\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{3}$, vous aurez $\frac{9}{12}$ & $\frac{4}{12}$: de $\frac{9}{12}$ tirez $\frac{4}{12}$, il vous reſtera $\frac{5}{12}$. Le reſte à l'ordinaire.

Pour la preuve, ajoutez le pris avec le rendu; ſi la ſomme redonne le livré, l'opération eſt bonne. Ajoutez pour cela $\frac{1}{3}$ & $\frac{5}{12}$, en réduiſant ces fractions au même dénominateur, vous aurez $\frac{12}{36}$ & $\frac{15}{36}$, ou $\frac{27}{36}$, ou $\frac{9}{12}$, ou $\frac{3}{4}$: ajoutant enſuite les entiers à l'ordinaire, vous retrouverez en totalité 24 aunes $\frac{3}{4}$. C'eſt la preuve.

☞ NOTA. On voit par les exemples donnés, combien il importe de ſavoir réduire les fractions au même dénominateur: en effet, il n'eſt pas poſſible de les ajouter & de les ſouſtraire dans une infinité de cas, ſans ce préalable. Il importe donc de bien connoître cette réduction & de s'y appliquer de plus en plus.

EXEMPLE II.

Thomas poſſede 48 pauſes $\frac{1}{2}$ de pré; il en vend 13 pauſes $\frac{2}{3}$, combien lui en reſte-t-il?

POSITION.

Jouiſſance	=	48 pauſ. $\frac{1}{2}$.
Vendu	=	13 $\frac{2}{3}$.
Reſte	=	34 pauſ. $\frac{5}{6}$.
Preuve	=	48 pauſ. $\frac{1}{2}$.

EXPLICATION.

Les fractions $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ étant réduites, donnent $\frac{3}{6}$ & $\frac{4}{6}$: mais, comme on ne peut pas ſouſtraire $\frac{4}{6}$ de $\frac{3}{6}$, il faut emprunter une unité ſur les entiers qui vaut $\frac{6}{6}$; leſquels joints avec $\frac{3}{6}$, donnent $\frac{9}{6}$; d'où tirant $\frac{4}{6}$, reſte $\frac{5}{6}$, qu'on poſe à la colonne des fractions.

Pour la preuve, on réduit les fractions $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{6}$: on trouve $\frac{12}{18}$ & $\frac{15}{18}$; ce qui donne $\frac{27}{18}$ ou $1\frac{1}{2}$; car tirant l'entier par la diviſion, il reſte $\frac{9}{18}$ ou $\frac{1}{2}$: portant l'entier à la colonne des entiers, on retrouve 48 pauſes $\frac{1}{2}$. C'eſt la preuve. Enſorte qu'en dernière analyſe, il reſtera à Thomas 34 pauſes $\frac{5}{6}$ de pauſe.

De la multiplication des fractions.

On doit rappeler que le ſigne de multiplication eſt repréſenté par ×.

1er CAS. PRINCIPE I.

Pour multiplier une fraction par une ou par pluſieurs fractions, 1°. multipliez enſemble tous les numérateurs; 2°. multipliez auſſi

enſemble tous les dénominateurs: 3°. placez le produit des numérateurs au-deſſus du produit des dénominateurs; cette nouvelle fraction ſera le produit total qu'on cherche.

EXEMPLE I.

Multipliez $\frac{1}{2}$ par $\frac{1}{2}$, vous aurez $\frac{1}{4}$ pour produit.

En effet, multipliez numérateur par numérateur 1 par 1, vous aurez 1; multipliez dénominateur par dénominateur, c'eſt-à-dire 2 par 2, vous aurez 4: enſorte que le véritable produit de la moitié par la moitié ſera $\frac{1}{4}$.

EXPLICATION.

Que le produit ſoit un quart, cela doit paroître vraiment ſingulier. Cependant ſi l'on fait attention à la nature de la multiplication & à ſa définition, on verra qu'il n'y a rien de plus naturel. En effet, la multiplication eſt une opération par laquelle on prend le multiplicande, autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur: ici, dans le multiplicateur $\frac{1}{2}$, il n'y a que la moitié de l'unité; par conſéquent il ne faut prendre que la moitié du multiplicande, or la moitié de la moitié eſt un $\frac{1}{4}$; donc le produit de $\frac{1}{2}$ par $\frac{1}{2}$ eſt $\frac{1}{4}$. Il y a une autre raiſon bien forte qui ſuit, principe 6 du pag. 112 En effet, plus le dénominateur augmente, le numérateur reſtant le même, plus la fraction diminue: dans ce cas, le dénominateur a été doublé, donc la valeur de la fraction a dû diminuer dans le même rapport; donc par la multiplication la valeur des fractions diminue; donc par la multiplication on peut diminuer une fraction autant qu'on le voudra: on pourra en prendre le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$, le $\frac{1}{20}$, le $\frac{1}{100}$, &c.

EXEMPLE II.

Multipliez $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{2}$, quel produit aurez-vous? Vous aurez $\frac{1}{3}$.

Vouloir multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{2}$, c'eſt vouloir prendre la $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$; pour cela, multipliant comme deſſus, numérateur par numérateur & dénominateur par dénominateur, on aura $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$: donc le produit de $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{2}$ eſt $\frac{1}{3}$.

2e CAS. PRINCIPE II.

Pour multiplier une fraction par un entier, ou un entier par une fraction, il faut 1°. réduire l'entier en fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur; 2°. on opére comme dans le premier cas.

EXEMPLE I.

Multipliant 4 par $\frac{3}{4}$, quel produit aura-t-on? On aura 3.

OPÉRATION.

Réduiſez votre entier en fraction en lui donnant l'unité pour dénominateur, vous aurez $\frac{4}{1}$ à multiplier par $\frac{3}{4}$; opérez comme dans le premier cas, vous aurez la nouvelle fraction $\frac{12}{4} = 3$. Donc le produit de 4 par $\frac{3}{4} = 3$. En effet, quand j'ai voulu multiplier 4 par $\frac{3}{4}$, j'ai voulu prendre les $\frac{3}{4}$ de 4; or les $\frac{3}{4}$ de 4 valent 3. Donc &c.

EXEMPLE II.

Cherchant les $\frac{7}{12}$ de 20 livres de France, quel produit aura-t-on?

OPÉRATION.

Réduiſez votre entier 20 en fraction, comme il eſt dit ci-deſſus, vous aurez $\frac{20}{1}$ à multiplier par $\frac{7}{12}$; ce qui donne en opérant, comme dans le premier cas, $\frac{140}{12}$ de livre: tirez les entiers par la diviſion, en diviſant le numérateur par le dénominateur, vous trouverez 11tt 13 ſ. 4 d. pour les ſept-douziémes de 20 livres.

Lorſque dans la diviſion il y a des reſtes, on les réduit à la petite eſpéce & on opére toujours à l'ordinaire.

AVERTISSEMENT.

Avec cette méthode on peut chercher les parties les plus petites, comme les plus grandes d'un tout; on peut faire les multiplications les plus difficiles, les plus irrégulières qu'on puiſſe ſuppoſer. Ces régles ſont très-utiles à MM. les arpenteurs, pour évaluer les fractions de toiſe, qui quelquefois ſont très-irrégulières; elles ſervent à MM. les notaires pour tirer les lods, pour trouver les intérêts à quel taux qu'on pourra ſuppoſer, ainſi qu'on le verra dans ſon lieu.

Au reſte, on peut abréger l'opération; il n'y a qu'à multiplier tout ſimplement l'entier par le numérateur de la fraction & diviſer le produit par le dénominateur, le quotient donne la valeur deſirée; parce que, ſi on y a fait attention, on voit que le dénominateur de la fraction, reſte toujours diviſeur, étant toujour multiplié par 1, dénominateur de l'entier.

† EXEMPLE III.

Cherchant les $\frac{11}{17}$ de 60 écus (écu de 20 baches), quel produit aura-t-on?

OPÉRATION.

Multipliez 11 par 60 écus, vous aurez 660; diviſez ce produit par 17, vous trouverez 38 écus, 16 bach. 1 cr. 5 den. $\frac{5}{17}$, pour valeur des onze dix-ſeptièmes de 60 écus.

Application de la régle.

La pauſe du pré à 60 écus.

Combien valent 4 pauſes $\frac{11}{17}$ de pauſe?

240 éc. 0 bac. 0 cr. 0 den.

38. 16. 1. 5 $\frac{5}{17}$. pour les $\frac{11}{17}$ de pauſe.

Valeur = 278 éc. 16 bac. 1 cr. 5 $\frac{5}{17}$ d.

Ici le cruche a été pris pour valeur de 6 deniers.

EXEMPLE IV.

Cherchant les $\frac{12}{13}$ de 44^{tt} 13 ſ. 10 den. (argent de France,) quel ſera le produit?

SOLUTION.

Multipliez 44^{tt} 13 ſ. 10 den. par 12, vous trouverez 536^{tt} 6 ſ.; diviſez ce produit par le dénominateur 13, vous aurez 41^{tt} 5 ſ. $\frac{1}{13}$, pour les douze treizièmes de la ſomme donnée.

NOTA. Ces deux derniers exemples ſont les plus difficiles, puiſque le dénominateur y eſt entièrement irrégulier: ils ſeront la baſe des évaluations qu'on pourroit faire en pareil cas.

En général, pour prendre la valeur d'une ſomme ſelon l'indication de la fraction, il n'y a qu'à multiplier la ſomme par le numérateur & diviſer le produit par le dénominateur: mais, s'il y avait pluſieurs fractions, il faudroit les réduire en une ſeule, & opérer d'après les principes ci-deſſus. Avec cette méthode, on va faire les opérations les plus difficiles, par la voie la plus prompte qu'on puiſſe imaginer.

Méthode auſſi facile qu'abrégée pour trouver la valeur d'une ſomme quelconque, ſelon l'indication de pluſieurs fractions.

EXEMPLE I.

Cherchez le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{6}$ de la ſomme de 423 écus 14 baches (argent de Berne).

SOLUTION.

Réduiſez les deux fractions $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$, vous trouverez qu'elles ne valent qu'une $\frac{1}{2}$; par conſéquent, pour trouver tout-à-coup le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{6}$ de 423 écus 14 bach. vous n'avez qu'à prendre tout ſimplement la moitié de cette ſomme; ce qui donnera 211 écus 17 baches.

Appliquez cette méthode à toute ſomme donnée, lorſque vous voudrez en prendre le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{6}$.

APPLICATION.

L'aune de drap à 11 écus, 13 baches.
Combien valent 5 aunes $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$?

55 éc. 0 bac. 0 cr.
3. 5. 0
5. 16. 2. pour le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{6}$.

Valeur = 64 éc. 1 bac. 2 cr.

EXEMPLE II.

Cherchez le $\frac{1}{5}$ & le $\frac{1}{10}$ de 543 écus par une ſeule opération.

SOLUTION.

Réduiſez les deux fractions, vous trouverez qu'elles valent $\frac{3}{10}$: par conſéquent, pour trouver le $\frac{1}{5}$ & le $\frac{1}{10}$ de 543 écus, multipliez la ſomme par 3; & diviſez le produit par 10, en coupant le dernier chifre, vous aurez 162 écus 18 bach. pour valeur deſirée.

Appliquez cette méthode à toute ſomme, lorſque vous voudrez en prendre le $\frac{1}{5}$ & le $\frac{1}{10}$.

EXEMPLE III.

Cherchez le $\frac{1}{4}$ & les $\frac{3}{20}$ de 1000 écus.

SOLUTION.

Réduiſant ces fractions, vous trouverez qu'elles valent $\frac{2}{5}$: multipliez donc 1000 par 2, & diviſez par 5, vous trouverez 400 écus pour valeur cherchée.

Pour abréger encore davantage, il n'y a qu'à multiplier la ſomme par 4, & couper le dernier chifre du produit; le reſte vous donne la valeur deſirée.

En général, pour prendre les $\frac{2}{5}$ d'un nombre, multipliez le nombre par 4, & retranchez le dernier chifre; ce qui reſte exprimera les $\frac{2}{5}$. Cette opération eſt fondée ſur ce que les $\frac{2}{5}$ de 10 étant 4, on peut former la proportion ſuivante.

Si 10 écus donnent 4 écus, combien donneroient 1000 écus, ou telle autre ſomme à volonté? Ceux qui connoiſſent la théorie des régles de trois, voient par cette poſition, qu'on multiplie la ſomme donnée par 4, & qu'on diviſe par 10; or, la diviſion par 10 ſe fait en retranchant le dernier chifre.

EXEMPLE IV.

Cherchez le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{15}$ de 3457^{tt} (argent de France).

SOLUTION.

Ces deux fractions ſe réduiſent encore aux $\frac{3}{5}$: opérez donc comme deſſus; multipliez 3457^{tt} par 4, vous trouverez 13828^{tt}; diviſez ce produit par 10, vous aurez 1382^{tt} 16 ſ.

Lorſque le dernier chifre eſt poſitif, on le réduit à la petite eſpèce, & on continue l'opération en coupant.

NOTA. Pour prendre les $\frac{4}{5}$ d'un nombre, on multiplie le nombre par 8, & on retranche le dernier chifre: ce qui reſte vous donne les $\frac{4}{5}$. Ces régles ſont d'un très-grand uſage, ainſi qu'on le verra dans la ſuite.

Suite de la multiplication des fractions.

3e CAS. PRINCIPE III.

Quand le multiplicande ou le multiplicateur, ou l'un & l'autre ont des entiers en tête, on réduit ces entiers en fraction, d'après le principe de la troiſième réduction, pag. 118, puis on opére comme dans le premier cas.

EXEMPLE I.

Multipliant 4 toiſes $\frac{2}{3}$ par 5 toiſes $\frac{1}{4}$, quel produit aura-t-on? = 24 toiſes $\frac{1}{2}$.

OPÉRATION.

Réduiſez vos entiers en fraction, en tiers d'un côté, & en quarts de l'autre, vous aurez $\frac{14}{3}$ à multiplier par $\frac{21}{4}$; ce qui donne $\frac{294}{12}$: & tirant les entiers par la diviſion, vous aurez pour produit 24 toiſes $\frac{1}{2}$.

Il y a une autre méthode pour traiter cette même regle employée par beaucoup de calculateurs; mais il s'en faut qu'elle ait le mérite de la première. Comme il eſt bon de connoître l'une & l'autre, je vais en donner le principe, en propoſant le même exemple.

Seconde

Seconde méthode.

On donne à multiplier 4 toises $\frac{2}{3}$

par . . . . . 5 toises $\frac{1}{4}$; quel ſera le produit ? = 24 t. $\frac{5}{12}$.

20 toiſes.

· 3 $\frac{1}{3}$.

· 1 $\frac{1}{6}$.

Produit = 24 toiſes $\frac{1}{12}$.

EXPLICATION.

1°. Multipliez tout le multiplicande, par chaque membre du multiplicateur 4 par 5 = 20 toiſes.

2°. Multipliant 5 par $\frac{1}{3}$, on a $\frac{20}{3}$ ou 3 $\frac{1}{3}$.

3°. Multipliant 4 par $\frac{1}{4}$, on a $\frac{4}{4}$ ou 1.

4°. Multipliant $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{4}$, on a $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$.

5°. Ajoutant & réduiſant $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$, qui font $\frac{1}{2}$, on a en totalité, comme par la première opération, 24 toiſes $\frac{1}{12}$.

La première manière eſt préférable, attendu que, dès qu'on a fait diſparoître les entiers, il n'y a que des multiplications & des diviſions ſimples à faire. Je m'en ſervirai, dorénavant, dans toutes les opérations; ſur-tout dans les régles de trois par fractions.

Application du principe 3.

EXEMPLE II.

Un commiſſaire ayant arpenté un jardin, trouve que la longueur eſt de 3 toiſes $\frac{3}{4}$, & la largeur de 6 toiſes $\frac{3}{5}$; on demande la contenance totale en toiſes carrées ?

SOLUTION.

Réduiſez la longueur en quarts & la largeur en cinquièmes; dès-lors vous aurez $\frac{15}{4}$ à multiplier par $\frac{33}{5}$; ce qui donne en multipliant

numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur $\frac{49}{20}$, & en tirant les entiers par la diviſion, on trouve 24 toiſes $\frac{3}{4}$, pour la contenance totale du jardin.

Ces régles ſont du plus grand uſage pour les arpenteurs & commiſſaires: avec cette méthode on eſt ſûr de faire les opérations les plus irrégulières qu'on rencontrera dans le toiſé. On appliquera ce principe à toute qualité de toiſe; toiſe de 10 pieds comme de 6, &c.

OBSERVATION.

Qu'on ne perde pas de vue le principe de réduction d'un entier & fraction en une ſeule fraction de même valeur: ce principe eſt établi, pag. 118, *Réduction troiſième* : ſans cette connoiſſance, on ne pourroit pas faire ces multiplications.

4e CAS. PRINCIPE IV.

Pour multiplier un entier & fraction par une fraction, il faut 1°. réduire l'entier & fraction en une ſeule fraction de même valeur: 2°. il faut multiplier comme dans la premier cas; ſi, la multiplication faite, le numérateur eſt plus grand que le dénominateur, on tirera les entiers par la diviſion.

EXEMPLE I.

Multipliez $22\frac{1}{4}$ par $\frac{1}{2}$, quel produit aurez-vous? $= 11\frac{1}{8}$.

SOLUTION.

Réduiſez $22\frac{1}{4}$ en quarts, vous aurez $\frac{89}{4}$; multipliez à préſent ce produit par $\frac{1}{2}$, vous aurez $\frac{89}{8}$; tirez les entiers par la diviſion, vous aurez $11\frac{1}{8}$ pour le produit deſiré.

Ce principe eſt très-eſſentiel pour tirer les moitiés, les quarts, &c. des entiers joints avec les fractions. Dans une infinité d'occaſions, on ſe trouvera à même de faire uſage de ce principe.

Dans l'exemple donné, vouloir multiplier $22\frac{1}{4}$ par $\frac{1}{2}$, c'eſt vouloir prendre la moitié de $22\frac{1}{4}$; or cette moitié eſt $11\frac{1}{8}$, comme deſſus.

EXEMPLE II.

Cherchez les $\frac{3}{5}$ de 100 écus $\frac{3}{8}$.

SOLUTION.

Réduiſez en huitièmes les 100 écus $\frac{3}{8}$, vous aurez $\frac{803}{8}$; multipliez ce produit par $\frac{3}{5}$, vous trouverez $\frac{1602}{24}$; tirez les entiers par la diviſion, vous aurez 66 écus $\frac{3}{4}$ pour valeur cherchée.

5e CAS. PRINCIPE V.

Pour multiplier un entier complexe joint à une fraction par un entier ſimple joint à une autre fraction, il faut 1°. réduire l'entier complexe & ſa fraction en une nouvelle fraction, ayant l'unité pour dénominateur; 2°. réduire l'entier ſimple & ſa fraction en une ſeule fraction de même valeur; 3°. opérer comme dans le premier cas.

EXEMPLE.

Multipliant 23^tx 1 f. 6 den. $\frac{18}{23}$ par 5 $\frac{3}{4}$, quel produit aura-t-on?

SOLUTION.

Préparez la régle, vous aurez $\frac{23^{tx}\ 1\ f.\ 6\ den.\ \frac{18}{23}}{1}$ × par $\frac{23}{4}$; multipliant numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur, on aura 530^tx 16 f. pour produit des numérateurs, & 4 pour celui des dénominateurs; ce qui donne la fraction impropre $\frac{530^{tx}\ 16\ f.}{4} = 132^{tx}\ 14\ f.$ qui eſt le produit deſiré. Comme pour multiplier les numérateurs l'un par l'autre on pourroit éprouver des difficultés, je ferai cette régle en entier.

Ci . .	23[tt]	1 f.	6 d. $\frac{18}{23}$.	
Par	23	. .	.	
	69	. .	.	
	46.			
	. . 1	3	.	produit de 23 par 1 ſol.
	. . .	11	6 .	produit de 23 par 6 den.
	. . .	1	6 .	produit de 23 par la fraction.
	530[tt]	16 f.	0 d.	

Pour multiplier 23 par $\frac{18}{23}$, vous multipliez 23 par 18 = 414; & diviſant ce produit par le dénominateur, vous trouvez 1 f. 6 den. Quant au reſte, rien de difficile.

De la Diviſion.

On doit rappeler que le ſigne de diviſion eſt repréſenté par :

1er CAS. PRINCIPE I.

Pour diviſer une fraction par une fraction, on multiplie le numérateur du dividende par le dénominateur du diviſeur, & le numérateur du diviſeur par le dénominateur du dividende; le premier produit mis ſur le ſecond, donne une nouvelle fraction, qui eſt le quotient qu'on cherche.

EXEMPLE I.

Diviſant $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{4}$, quel quotient aurez-vous?

OPÉRATION.

Multipliez 2, numérateur de la première fraction, par 4, dénominateur de la ſeconde, vous aurez 8 pour numérateur de la nouvelle fraction: multipliez enſuite 1, numérateur de la ſeconde, par 3,

dénominateur de la première, vous aurez 3 pour dénominateur de la seconde fraction; enſorte que vous aurez pour nouvelle fraction ou pour quotient $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$; ce qui ſignifie que le $\frac{1}{4}$ eſt contenu 2 fois & $\frac{2}{3}$ de fois dans $\frac{2}{3}$.

PREUVE.

Multipliez $2\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{4}$, vous aurez $\frac{8}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$; c'eſt la preuve, puiſqu'on retrouve le dividende.

On voit, par l'expérience, que pour diviſer une fraction par une fraction, il n'y a qu'à multiplier les termes en ſautoir, c'eſt-à-dire en croix de St. André.

Il doit paroître ſurprenant que par la diviſion la valeur de la fraction augmente: mais ſi l'on fait attention au principe 5, pag. 111, on ne trouvera rien de ſurprenant. En effet, par la diviſion le numérateur augmente: or, toutes les fois que le numérateur augmente, le dénominateur reſtant le même, la fraction augmente: donc &c.

CONSÉQUENCE.

Donc par la diviſion on peut augmenter une fraction à volonté: on peut la rendre deux fois, vingt fois, cent fois plus grande, &c.

Pour cela, il faut diviſer la fraction par $\frac{1}{2}$, ſi on veut la doubler; par $\frac{1}{3}$, ſi on veut la tripler; par $\frac{1}{20}$, ſi on veut la rendre vingt fois plus grande; par $\frac{1}{100}$, ſi on veut la rendre cent fois plus grande, &c.

EXEMPLE II.

Rendez la fraction $\frac{1}{4}$ cent fois plus grande.

OPÉRATION.

Diviſez $\frac{1}{4}$ par $\frac{1}{100}$, vous aurez $\frac{100}{4}$: or la fraction $\frac{100}{4}$ eſt cent fois plus grande que le $\frac{1}{4}$: donc &c.

Obſervez qu'il ne faut pas diviſer par 100, mais par $\frac{1}{100}$; car ſi l'on diviſoit par 100, on la rendroit cent fois plus petite: en effet, $\frac{1}{4}$ diviſé par $\frac{100}{1} = \frac{1}{400}$; or $\frac{1}{400}$ eſt cent fois plus petit qu'un $\frac{1}{4}$. Appliquez ce principe à tout exemple donné.

2^d CAS. PRINCIPE II.

Pour diviſer un entier par une fraction, ou une fraction par un entier, réduiſez 1°. votre entier en fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur; 2°. opérez enſuite comme dans le premier cas. Ainſi, ſi l'on vouloit diviſer 12 par $\frac{1}{4}$, on trouveroit 48 pour quotient. En effet, la régle étant préparée, $\frac{12}{1} \div \frac{1}{4}$, on multipliera 12 par 4, & 1 par 1; leſquels produits donneront la fraction impropre $\frac{48}{4}$ ou 48. Ce qui prouve que le $\frac{1}{4}$ eſt contenu quarante-huit fois dans 12.

Pour preuve, multipliez le quotient 48 par $\frac{1}{4}$, vous retrouverez $\frac{48}{4}$ ou 12, qui eſt le dividende.

3e CAS. PRINCIPE III.

Si les fractions ont des entiers en tête, on réduit les entiers en fraction, & on opére comme dans le premier cas.

EXEMPLE.

Diviſant $4\frac{1}{2}$ par $3\frac{1}{3}$, quel quotient aurez-vous?

OPÉRATION.

Faites diſparoître les entiers de part & d'autre, en les réduiſant les uns en demies, les autres en tiers, (*Réd.* 3. pag. 118,) vous aurez ci: $\frac{9}{2} \div \frac{10}{3} = \frac{27}{20}$, & tirant les entiers par la diviſion, on trouve pour quotient $1\frac{7}{20}$.

PREUVE.

Multipliez le quotient $1\frac{7}{20}$, ou bien $\frac{27}{20}$ par $\frac{10}{3}$, vous aurez $\frac{270}{60}$ ou $4\frac{1}{2}$; c'eſt le dividende: conſéquemment la régle eſt bonne.

Tout le calcul des multiplications & diviſions des fractions conſiſte, comme on le voit, dans des multiplications & diviſions ſimples. Ce n'eſt que dans la combinaiſon de différentes poſitions qu'on éprouve un peu de difficulté: il importe de ſe bien exercer dans les exemples donnés. Pour peu qu'on s'y applique, on peut être ſûr de faire les

opérations les plus difficiles. Il eſt bon de rappeler ici que de deux nombres donnés, celui-là ſera le dividende qui aura des eſpèces conformes au quotient.

4e CAS. PRINCIPE IV.

Diviſez un entier, joint à une fraction, par un entier.

PRINCIPE.

1°. Réduiſez l'entier joint à la fraction, en une fraction de même valeur (*Réd.* 3. pag. 118); 2°. diviſez cette nouvelle fraction par l'entier, réduit auſſi en fraction, ayant l'unité pour dénominateur; 3°. opérez comme dans le premier cas.

EXEMPLE.

Diviſez 30 $\frac{1}{3}$ pauſes de terrein à 6 perſonnes.

SOLUTION.

Réduiſez 30 $\frac{1}{3}$ en tiers, vous aurez $\frac{91}{3}$; diviſez ce nombre par 6, vous aurez $\frac{91}{3} \div \frac{6}{1}$; ce qui donne $= \frac{91}{18}$, ou bien 5 pauſes $\frac{1}{18}$ pour chaque perſonne.

PREUVE.

La preuve de la diviſion ſe faiſant toujours par multiplication, vous multiplierez le quotient $\frac{91}{18}$ par le diviſeur $\frac{6}{1}$, vous aurez $\frac{546}{18}$ ou bien 30 pauſes $\frac{1}{3}$ = le dividende; donc la régle eſt bonne.

Ce principe 4 eſt très-eſſentiel, ſur-tout aux arpenteurs, lorſqu'ils font les diviſions & partages.

5e CAS. PRINCIPE V.

Diviſez un entier par un entier joint à une fraction.

PRINCIPE.

1°. Réduiſez l'entier en fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur : 2°. réduiſez l'entier qui eſt joint à la fraction, en une ſeule fraction de même valeur : 3°. opérez comme dans le premier cas.

EXEMPLE I.

Diviſant 100 par $3\frac{1}{3}$, quel quotient aurez-vous? = 30.

SOLUTION.

Préparez la régle, vous aurez $\frac{100}{1} \div \frac{10}{3}$: ce qui donne $\frac{300}{10}$ ou 30 pour quotient.

APPLICATION.

3 aunes $\frac{1}{3}$ ont coûté 100^{tt} argent de France, combien l'aune? Opérez comme deſſus, vous trouverez 30^{tt} pour prix de l'aune.

PREUVE.

Multipliez le quotient 30 par le diviſeur $3\frac{1}{3}$ ou par $\frac{10}{3}$: ſi vous retrouvez le dividende 100, l'opération eſt bonne; or $\frac{30}{1} \times \frac{10}{3} = \frac{300}{3} =$ 100: donc &c.

EXEMPLE II.

5 aunes $\frac{3}{4}$ ont coûté 132^{tt} 14 ſ. argent de France, combien l'aune ?

SOLUTION.

Préparez la régle, vous aurez $\frac{132^{tt}\ 14\ ſ.}{1}$ à diviſer par $\frac{23}{4}$; opérant toujours ſelon les principes du premier cas, vous trouverez la fraction impropre $\frac{230^{tt}\ 16\ ſ.}{23}$, & tirant les entiers par la diviſion, vous aurez pour prix de l'aune, 23^{tt} 1 ſ. 6 d. $\frac{18}{23}$; ce prix eſt le quotient.

PREUVE.

Multipliez le quotient réduit en fraction, ayant l'unité pour dénominateur par le diviſeur $5\frac{3}{4}$ ou par $\frac{23}{4}$, vous retrouverez le dividende ci $\frac{23^{tt}\ 1\ ſ.\ 6\ d.\ \frac{18}{23}}{1} \times \frac{23}{4} = \frac{530^{tt}\ 16\ ſ.}{4} =$ 132^{tt} 14 ſ. Dividende.

Cette

Cette même régle eſt traitée différemment & d'une manière bien ſimple, pag. 72 & 73 : mais ceux qui ſont exercés dans le calcul, préférent d'opérer par les fractions, avec d'autant plus de raiſon, que par-là on frappe ſur les reſtes, quels qu'ils ſoient; ce qui ne peut ſe faire par la première méthode, ainſi qu'on a pu le voir mêmes pages, où la différence pour le prix de l'aune eſt de 2 d. $\frac{18}{23}$.

Au reſte, ſi faiſant la preuve, on éprouvoit des difficultés en multipliant le quotient par le diviſeur, on n'a qu'à jeter un coup-d'œil ſur la page 147, où cette régle eſt faite en entier.

QUESTION GÉNÉRALE.

Une terre rapporte annuellement 10000 écus, dont $\frac{1}{4}$ eſt affecté à la fabrique, $\frac{3}{10}$ au ſouverain, $\frac{1}{20}$ au chapelain, $\frac{1}{20}$ à l'hôpital, & le reſte aux pauvres du lieu; on demande quelle ſera la part de chacun?

EXPLICATION.

Multipliez la ſomme totale, c'eſt-à-dire les 10000 écus par le numérateur de chaque fraction; diviſez enſuite le produit par le dénominateur, le quotient vous donnera la portion de chacun: vous ferez ainſi pour chaque co-portionnaire.

Comme ce problême eſt très-aiſé à réſoudre, qu'il eſt très-facile de prendre le $\frac{1}{4}$, les $\frac{3}{10}$ &c. de 10000 écus ou de telle autre ſomme, je ne ferai qu'indiquer la ſolution.

SOLUTION.

Fabrique	=	2500 écus	pour le $\frac{1}{4}$.
Souverain	=	3000 . .	pour le $\frac{3}{10}$.
Chapelain	=	500 . .	pour le $\frac{1}{20}$.
Hôpital	=	1500 . .	pour le $\frac{1}{20}$.
Pauvres	=	2500 . .	pour le reſte.
Preuve	=	10000 écus.	

Pour trouver la portion des pauvres, il faut défalquer de la ſomme totale les portions réunies des autres quatre co-portionnaires.

Ainſi, on aura . . . ſomme totale = 10000 écus.
Co-portionnaires — . 7500.
Reſte pour les pauvres = . 2500 écus.

NOTA. Si les fractions réunies donnoient plus que l'entier, alors ce principe n'auroit pas lieu; parce qu'on trouveroit plus qu'il n'y a en partage. Dans ce cas, il faudroit traiter la régle par le principe de la régle de fauſſe poſition; ce que nous verrons dans ſon lieu.

Des fractions des fractions.

Les fractions des fractions ſont des nombres qui expriment les parties de la partie d'un entier, ou de *l'unité principale.*

Cette expreſſion *unité*, s'employe tant au ſingulier qu'au pluriel. Lorſqu'on dit les *unités*, on entend par-là tout nombre exprimé par un ſeul chifre; ainſi 9, 8, 7, 6, &c. ſont des unités. Le nombre 9 comprend 9 unités.

L'unité eſt ſimple ou compoſée: elle eſt *ſimple*, lorſqu'elle ne peut pas être décompoſée, comme *un homme*; elle eſt compoſée, lorſqu'on peut la diviſer comme une livre, qui eſt compoſée de 20 ſols. Chaque ſol eſt la vingtième partie de la livre; ainſi un ſol ou $\frac{1}{20}$ de livre étant une quantité plus petite que l'unité principale, eſt une fraction.

Le ſol, à ſon tour, devient unité principale par rapport au denier, puiſqu'il eſt compoſé de 12 deniers; dès-lors, le denier étant une quantité plus petite que le ſol, puiſqu'il n'en eſt que la douzième partie ainſi exprimée $\frac{1}{12}$, eſt non-ſeulement fraction par rapport au ſol, mais encore fraction de fraction par rapport à la livre.

Le denier conſidéré par rapport à la livre, en eſt la deux-cent-quarantième partie; il eſt exprimé ainſi $\frac{1}{240}$ de livre.

A préſent qu'on a une idée nette & préciſe de ce qu'on entend par fraction des fractions, venons aux principes d'évaluation.

PRINCIPE.

C'eſt par la multiplication qu'on réduit les fractions des fractions ; on multiplie tous les numérateurs les uns par les autres, ainſi que tous les dénominateurs : ces deux produits donnent une ſeule fraction qui, évaluée d'après les principes, page 124, exprime la valeur qu'on cherche.

QUESTION 1.

Cherchant le $\frac{1}{20}$ du $\frac{1}{4}$ d'une livre, quelle ſomme aura-t-on ?

SOLUTION.

Multipliez $\frac{1}{4}$ par $\frac{1}{20}$, vous aurez $\frac{1}{80}$ de livre; évaluez à préſent cette fraction d'après les principes d'évaluation, page 124, vous trouverez 3 den. pour valeur déſirée. En effet, le $\frac{1}{4}$ d'une livre = 5 ſols ; prenez le $\frac{1}{20}$ de 5 ſols ou de 60 deniers, vous aurez 3 deniers.

QUESTION 2.

Cherchant les $\frac{4}{5}$ du $\frac{1}{3}$ de la $\frac{1}{2}$ d'une livre, quelle ſomme aura-t-on ?

SOLUTION.

Multipliez les numérateurs les uns par les autres, ainſi que les dénominateurs, vous aurez la fraction $\frac{4}{30}$ de livre ; évaluez cette fraction d'après les mêmes principes, vous aurez pour valeur 2 ſ. 8 d. : en effet, la moitié de la livre = 10 ſ. ; le tiers de 10 ſ. = 3 ſ. 4 d. & les quatre cinquièmes de 3 ſ. 4 d. ou de 40 d. ſont 32 d. ou 2 ſ. 8 d.

NOTA. Ces opérations qui préſentent beaucoup de difficulté, ne ſont rien, pourvu qu'on ſache évaluer une fraction : on peut appliquer ce principe à tout nombre donné ; & quelque grand qu'il ſoit, on peut être ſûr de le réduire.

Les évaluations, les multiplications & diviſions par fraction ſont abſolument néceſſaires pour une infinité de belles opérations, ſur-tout pour celles qui ſe font dans la banque : mais avec leur théorie & les règles de trois dont je vais parler, on ne ſera jamais embarraſſé. Quel motif puiſſant pour s'y appliquer de plus en plus !

Fin de la ſeconde Partie.

TROISIEME PARTIE.

DES RÈGLES DE TROIS.

LA *régle de trois* a pluſieurs dénominations : on l'appelle *régle d'or*, à cauſe de ſa grande utilité ; *régle de proportion*, (*) parce qu'il y a réellement proportion entre les termes qu'elle renferme ; *régle de trois*, parce qu'elle renferme trois termes connus, qui, combinés enſemble, en font trouver un quatrième qu'on cherche.

Cette régle eſt de la plus grande utilité dans les ſciences & dans l'uſage de la vie civile ; auſſi l'expliquerons-nous dans toute ſon étendue.

La *régle de trois* conſiſte à faire trouver un quatrième terme qui ſoit en proportion avec trois autres termes connus ; comme ſi l'on diſoit : 12 aunes ont coûté 134 livres, combien coûteront 56 aunes ? : x. Ici, le quatrième terme qu'on cherche, eſt le prix de 56 aunes.

Parmi les trois termes donnés, il y en a deux qu'on appelle *homogènes*, c'eſt-à-dire, termes qui expriment la même choſe : dans l'exemple ci-deſſus, 12 aunes & 56 aunes ſont ces termes homogènes. Il y en a un autre qu'on appelle *hétérogène*, c'eſt-à-dire, terme qui ſignifie une choſe de différente nature : dans l'exemple donné, 134^{tt} eſt ce terme hétérogène : celui-ci n'a pas encore ſon ſemblable ; mais il concourt avec les deux autres termes, pour faire découvrir le quatrième, qui doit être de la même nature. En place de ce quatrième qu'on cherche, on met ordinairement la lettre x.

(*) Pour former une proportion, il faut quatre termes : quatre termes donnés ſont dits être en proportion, lorſque le premier eſt au ſecond ce que le troiſième eſt au quatrième ; comme ſi l'on diſoit, 4 : 8 :: 16 : 32.

C'eſt dans la combinaiſon de ces quatre termes, ou autres ſemblables, que les régles de trois ſe traitent, étant fondées elles-mêmes ſur une proportion.

Afin de trouver ce dernier terme, on doit d'abord arranger les termes donnés, de manière que celui des homogènes qui se rapporte au terme hétérogène, déja connu, soit le premier vers la gauche: le terme hétérogène sera le second; & l'autre terme homogène, qui se rapporte au terme hétérogène qu'on cherche, sera le troisième. Par cet arrangement, le terme hétérogène sera toujours au milieu. Ordinairement les termes se trouvent placés à proportion qu'on les dicte. La question proposée seroit donc écrite, comme il suit:

Si 12 aunes ont coûté 134^{tt}, combien coûteront 56 aunes : $x = ?$ ou bien 12 aunes : 134^{tt} : : 56 aunes : $x =$

Ces points sont d'un grand usage; ils abrégent la position des régles & tiennent place des expressions.

Sur les quatre termes donnés, ceux qui sont au milieu s'appellent termes moyens; les deux qui sont aux deux extrêmités, s'appellent extrêmes. Dans cet exemple, 134 & 56 sont *les moyens;* 12, & x qui tient place du quatrième, sont les *extrêmes.* Cette remarque est essentielle, tant pour les opérations que pour les preuves. Après avoir arrangé les termes donnés selon la manière enseignée, on examine si la régle de trois est directe ou inverse; ce qui dépend uniquement de l'état de la question. Ces régles se traitant diversement, selon qu'elles peuvent être directes ou inverses, il importera essentiellement d'en bien connoître le principe.

PRINCIPE I.

Des Régles de trois directes.

Les régles de trois peuvent être directes en deux cas différens. Elles sont directes, lorsque *le plus* produit *le plus*, ou lorsque *le moins* produit *le moins;* c'est-à-dire, lorsque le troisième terme étant plus grand que le premier, le quatrième doit être aussi plus grand que le second; ou, lorsque le troisième terme étant plus petit que le premier, le quatrième doit être aussi plus petit que le second.

Tout ceci va s'éclaircir par des exemples.

Lorſque la régle eſt directe, il faut multiplier 1°. les termes moyens l'un par l'autre : 2°. il faut diviſer le produit par le premier terme ; le quotient qui en réſultera, ſera le quatrième terme cherché.

EXEMPLE I.

4 livres de café ont coûté 16 bac., combien coûteront 6 liv.? : $x = 24$. La régle étant directe, & ſe trouvant poſée par elle-même ; multipliez les termes moyens 16 par 6, vous aurez 96 : diviſez ce produit par le premier terme 4, vous aurez 24 baches pour quatrième terme ; lequel exprimera le prix de 6 ℔ de café.

Dans cet exemple, il eſt évident, au premier coup-d'œil, que 6 ℔ de café devant coûter plus que 4 ℔, le ſecond prix doit être auſſi plus grand que le premier : auſſi, *le plus* produiſant *le plus*, la régle eſt directe.

EXEMPLE II.

20 aunes de toile ont coûté 62 écus, combien coûteront 12 aun.? : $x =$

× par 12.

Produit = 744 éc. | 20

37 éc. 4 bac. prix de 12 aunes.

Dans cet exemple, il eſt évident, au premier coup-d'œil, que 12 aunes devant coûter moins que 20 aunes, le ſecond prix doit être plus petit que le premier : auſſi, *le moins* produiſant *le moins*, la régle eſt directe.

De la preuve de la régle de trois directe.

La preuve de la régle de trois directe eſt toute ſimple. Elle conſiſte à multiplier les deux extrêmes l'un par l'autre, & les deux termes moyens auſſi l'un par l'autre : ſi les deux produits ſont égaux, on peut être ſûr d'avoir bien opéré. En effet, ſans ſortir du même exemple, multipliez 37 écus 4 bach. par 20, vous trouverez le nombre 744 ; ainſi que vous l'avez déja trouvé, en multiplant 62 par 12.

De la régle de trois inverſe ou indirecte.

Les régles de trois ſont auſſi inverſes en deux cas différens : elles le ſont, lorſque le *plus* produit le *moins*, ou que le *moins* produit le *plus* ; c'eſt-à-dire, lorſque le troiſième terme étant plus grand que le premier, le quatrième doit être plus petit que le ſecond ; ou encore, lorſque le troiſième terme étant plus petit que le premier, le quatrième doit-être plus grand que le ſecond.

Tout cela va s'éclaircir par des exemples.

PRINCIPE.

Lorſque les régles ſont inverſes, multipliez 1°. le premier terme par le ſecond : 2°. diviſez le produit par le troiſième terme ; le quotient qui en réſultera, exprimera le quatrième terme qu'on cherche.

EXEMPLE I.

Pour faire une robe, il a fallu 5 aunes d'une étoffe qui a 24 pouces de large ; combien en faudra-t-il d'une autre étoffe qui en auroit 32 de large ?

POSITION.

Dites : 24 pouces : 5 aunes :: 32 pouces : $x = 3$ aunes $\frac{3}{4}$.

La régle étant inverſe, multipliez les deux premiers termes 24 par 5, vous aurez 120 : diviſez ce produit par le troiſième terme 32, vous trouverez 3 aunes $\frac{3}{4}$ pour quatrième terme. Enſorte qu'il faudra 3 aunes $\frac{3}{4}$ de l'étoffe qui a 32 pouces de large.

Pour bien poſer vos régles, rappelez de mettre le terme hétérogène au milieu.

Dans cet exemple, on voit au premier coup-d'œil que, puiſque l'étoffe doit avoir 32 pouces de large, il en faudra moins que lorſqu'elle n'en a que 24 de large ; auſſi le *plus* produiſant le *moins*, la régle ſe trouve inverſe.

EXEMPLE II.

Pour faire une robe, il a fallu 6 aunes d'une étoffe qui a 22 pouces de large; combien en faudra-t-il d'une autre étoffe qui n'en auroit que 8 pouces ?

POSITION.

Dites : 22 pouces : 6 aunes :: 8 pouces : x = 16 aun. $\frac{1}{2}$.

× par 6.

= 132 | 8

16 aun. $\frac{4}{8}$ ou 16 aun. $\frac{1}{2}$.

Enſorte qu'il faudroit 16 aunes $\frac{1}{2}$ de l'etoffe qui n'aura que 8 pouces de large.

Dans cet exemple, on voit facilement que, puiſque l'étoffe ne doit avoir que 8 pouces de large, il en faudra plus que lorſqu'elle en a 22. Auſſi le *moins* produiſant le *plus*, la régle ſe trouve être inverſe.

De la preuve de la régle de trois inverſe.

La preuve de la régle de trois inverſe conſiſte à multiplier le premier terme par le ſecond, & le troiſième par le quatrième qu'on a trouvé : ſi ces produits ſont égaux, l'opération eſt juſte.

Dans ce dernier exemple, ſi vous multipliez 16 $\frac{1}{2}$ par 8, vous trouverez 132, comme vous l'avez déja trouvé en multipliant 22 par 6.

Quand on ſait manier une régle de trois & qu'on ſait comprendre tout-à-coup ſi elle eſt directe ou inverſe, on n'a pas beſoin de faire les poſitions telles que je les ai indiquées; pourvu que l'on multiplie les termes moyens & qu'on diviſe le produit par le premier terme lorſque la régle eſt directe, en multipliant les deux premiers termes auſſi l'un par l'autre & en diviſant le produit par le troiſième terme lorſque la régle eſt inverſe, on trouvera toujours le réſultat qu'on déſire. Au reſte, l'uſage & le bon ſens feront bien

bien ſentir la différence d'une régle directe avec celle qui ſera indirecte ou inverſe. Quand on eſt parvenu aux régles de trois, on eſt cenſé faire toutes multiplications & diviſions : auſſi ne ferai-je les opérations en entier qu'autant qu'elles ſeront très-difficiles.

Queſtions à réſoudre par régle de trois directe.

QUESTION I.

100 aunes ont coûté 623^{tt} 14 ſ. combien coûteront 63 aun. $\frac{1}{2}$? $x =$

× par 63 $\frac{1}{2}$.

1869^{tt}	0 ſ.	
3738.		
... 44	2.	pour les ſols.
.. 311	17.	pour la $\frac{1}{2}$.
Produit . . 39604^{tt}	19 ſ.	100

$=$ 396^{tt} of. 11 d. $\frac{11}{100}$. prix de 63 $^{aun.\frac{1}{2}}$.

Cette régle paroît aſſez difficile à traiter; mais avec les principes donnés, point de difficulté; puiſqu'ayant multiplié les termes moyens, le produit ſe trouve diviſible par 100; opération qu'on effectue en retranchant toujours les deux derniers chifres.

Pour les marchandiſes qui, achetées au dix, au cent, au millier, ſe vendent à la piéce.

Dans ces régles on fera uſage du principe établi, pag. 60 & 61, pour les diviſions abrégées : on rappellera qu'on doit retrancher par la droite, autant de chifres du dividende qu'il y aura de zéros au diviſeur. La diviſion ſur-tout par 100 eſt du plus grand uſage, ainſi qu'on va le voir.

QUESTION 2.

10 ℔ de safran ont coûté 26 éc., combien coûteroit 1 ℔ ? : x = 2 éc. 12 b.

OPÉRATION.

Multipliez 26 par 1, vous aurez 26; divisez ce produit par 10, en coupant le dernier chifre, vous trouverez 2 écus 12 baches, pour prix de la livre.

OBSERVATION ESSENTIELLE.

Dans les exemples suivans, le cruche sera pris tantôt pour valeur de 6 deniers, tantôt pour valeur de 12 deniers: je suis obligé de le considérer sous ce double rapport, parce que, dans certains endroits du canton de Fribourg, comme dans la Gruyere, entre gens de campagne, le cruche est pris pour cette dernière valeur, pour les ventes de foin, fromage &c.: entre négocians, il est toujours pris pour valeur de 6 deniers. J'ai cru devoir faire cette observation, afin qu'on ne soit pas surpris de la disparité.

QUESTION 3. *Par argent de Berne.*

100 ℔ de sucre ont coûté 93 écus, combien 1 ℔ ? : x = 18 b. 2 cr. 2 d. $\frac{2}{5}$.

× par 1.

= 93 éc. | 100

par 20. | 18 bac. 2 cr. 2 d. $\frac{2}{5}$. prix de la livre.

18|60 bac.

par 4.

2|40 cruc.

par 6.

2|40 den.

Le premier produit 93 écus, ne pouvant pas être divisé par 100, a été réduit de suite en baches.

QUESTION 4.

1000 chapeaux ont coûté 1842 éc. 13 bac., combien 1 chapeau ? : x =

× par 1.

1|842 éc. 13 bac.

par 20.

16|853 bac.

par 4.

3|412 cruc.

par 6.

2|472 den. prix du chap. 1 éc. 16 b. 3 c. 2 d. $\frac{472}{1000}$.

Les fractions peuvent toujours se négliger, ne valant jamais un denier. Pour abréger ces opérations, il n'y a qu'à diviser le prix des marchandises ou des quantités, par les quantités elles-mêmes, le quotient vous donnera le prix de la piéce.

Je fais la preuve de cette dernière régle, parce qu'elle est assez difficile.

PREUVE.

Le chapeau à 1 éc. 16 bac. 3 cr. 2 d. $\frac{472}{1000}$ d.

Combien 1000 chapeaux ?

1000 éc.	o bac.	o cr.	o d.	
.800	0	0	0	pour les baches.
..37	10	0	0	pour les cruches.
...4	3	1	2	pour les 2 deniers,
....	19	2	4	pour la fraction ou les 472 d.
1842 éc.	13 bac.	o cr.	o d.	

On voit par-là que le produit des extrêmes égale celui des moyens, donc la régle est bonne. Le cruche a été pris pour six deniers.

Pour les marchandiſes qui, achetées à la piéce, ſe vendent au dix, au cent, au millier, ou autre nombre à volonté.

QUESTION 5.

A 6 ſols 4 deniers la botte du foin, combien 100 bottes ?

PROPORTION.

Dites : ſi 1 botte coûte 6 ſ. 4 d. combien coûteront 100 bottes ? $x =$

Multipliez 100 par 6 ſ. 4 d. vous trouverez 31^{tt} 13 ſ. 4 den. pour prix de cent bottes.

Lorſque le premier terme égale l'unité, la régle ſe traite par ſimple multiplication.

QUESTION 6.

A 22 ſols le paquet des plumes à écrire, combien valent 154 paquets ?

Dites : ſi 1 paquet coûte 22 ſ. combien 154 paquets ? $x =$ 169^{tt} 8 ſ. Multipliez tout ſimplement 154 par 22, vous trouverez 3388 ſols, ou 169^{tt} 8 ſ. pour prix des 154 paquets.

NOTA. Pour abréger ces régles, on multiplie tout ſimplement le prix de la piéce ou de la quantité, par le nombre des piéces dont on cherche le prix ; le produit exprimera le prix de ces mêmes piéces.

A tant le cent, combien pluſieurs livres ou autres quantités ?

QUESTION 7.

On a payé 9^{tt} à un voiturier pour 100 ℔ peſant, combien doit-on payer pour un tonneau de ſucre peſant 648 ℔ ?

Dites : ſi pour 100 ℔ on paye 9^{tt}, combien pour 648 ℔ ? $x =$ Multipliez 648 par 9, vous trouverez 5832 ; diviſez ce produit par 100, toujours d'après le principe ſur la diviſion abrégée, vous trouverez qu'on doit payer 58 liv. 6 ſ. 4 d. $\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$. Pour preuve, multipliez les deux extrêmes, vous trouverez pour produit 5832, comme vous l'avez déja trouvé, en multipliant les deux termes moyens : donc la régle eſt bonne.

Pour les marchandiſes qui ſe vendent à la douzaine, à la groſſe, à la piéce.

A tant la douzaine, combien la groſſe ou douze douzaines ?

QUESTION 1.

A 93 liv. 15 ſ. la douzaine des chapeaux, argent de France, combien la groſſe ?

PROPORTION.

Dites : ſi 1 douzaine coûte 93 liv. 15 ſ. combien 12 douzaines ? x =

Multipliez tout ſimplement les termes moyens 93 l. 15 ſ. par 12, vous trouverez 1125 l. pour prix de la groſſe ou de douze douzaines de chapeaux.

QUESTION 2.

A tant la groſſe, combien la douzaine ?

La groſſe des chapeaux a coûté 1125 liv., combien la douzaine ?

Dites : ſi 12 douzaines ont coûté 1125 liv. combien 1 douzaine ? x =

Multipliez les termes moyens, vous trouverez 1125 liv. : diviſez ce produit par le premier terme 12, vous aurez 93 liv. 15 ſ. pour prix de la douzaine.

Cette régle ſert de preuve & de modèle en même temps : ces opérations ſemblent peu de choſe ; mais ſi on ne comprend pas la poſition des régles, elles deviennent embarraſſantes pour bien des gens. La queſtion ſuivante ſur-tout préſente une difficulté aſſez ſubtile.

QUESTION 3.

A tant la groſſe, combien la piéce ?

La groſſe des chapeaux a coûté 1288^{tt} 16 ſ., combien le chapeau ?

Dans cette propoſition, tous les termes ſont hétérogènes. Ainſi la régle ſous ce rapport deviendroit indiſſoluble : pour la traiter donc avec aiſance, conſidérez la groſſe comme compoſée de 144 chapeaux ; alors, ayant deux termes de comparaiſon, vous direz :

Si 144 chapeaux coûtent 1288^{tt} 16 ſ. combien 1 chapeau ? x =

Diviſez 1288 liv. 16 ſ. par 144, vous trouverez 8 liv. 19 ſ. pour prix

du chapeau. Il y a encore une autre manière bien simple & très-belle pour trouver la valeur de la pièce, sur le prix de la grosse; pour cela, il n'y a qu'à diviser deux fois par 12, le prix de la grosse; le second quotient vous donnera le prix de la piéce.

Ci.. Valeur de la grosse 1288 l. 16 s. | 12
= 107 l. 8 s. | 12
= 8 l. 19 s. prix du chapeau.

Mais, dira-t-on, sur quel principe est fondée cette opération? Elle est fondée sur le principe de deux régles de trois : par la première régle, la grosse étant considérée comme composée de 12 douzaines, on cherche le prix de la douzaine sur le prix de 12 douzaines : par la seconde, la douzaine étant considérée comme renfermant 12 piéces de compte, on cherche le prix de la piéce, sur le prix de 12 piéces.

Ci. 12 douzaines de chapeaux ont coûté 1288 l. 16 s. combien la 12me? : x = 107 l. 8 s.
Ci. 12 chapeaux ont coûté 107 l. 8 s. combien 1 chapeau? : x = 8 l. 19 s.

J'ai traité cette question à fonds, parce qu'elle est une des plus intéressantes dans le commerce.

Questions à résoudre par régle de trois inverse.

De la réduction des poids.

QUESTION I.

On a acheté 62 lb de café au poids de 18 onces, combien en trouvera-t-on au poids de 17 onces? On en trouvera 65 lb 11/17.

POSITION.

18 onces : 62 lb : : 17 onces : x = 65 lb 11/17 ou 11 onces.

× 18
496
.62
1116 | 17
65 lb 11 onces, au poids de 17.

La régle étant inverſe, j'ai multiplié les deux premiers termes; & diviſant le produit 1116 par 17, j'ai trouvé 65 liv. 11 onces, au poids de 17 onces.

Pour l'arrangement des termes, j'ai mis le terme hétérogène 62 ℔ au milieu: on peut ſe diſpenſer de faire cet arrangement; pourvu qu'on multiplie les deux premiers termes, & qu'on diviſe le produit par le troiſième, on aura toujours le réſultat deſiré.

Lorſque j'ai multiplié 62 ℔ par 18 onces, j'ai tout réduit en onces; & en diviſant par 17, j'ai tout remis en livres. Ce qui reſte dans la diviſion exprime des onces.

Pour faire la preuve des régles inverſes, on n'oubliera pas qu'il faut que le produit de deux premiers termes égale celui des deux derniers. Ici les deux premiers ont donné 1116 onces: de même, ſi vous multipliez les deux derniers 65 ℔ 11 onces par 17 onces, vous trouverez 1116: en effet, 65 par 17, donne 1105: ajoutez à ce produit les 11 onces qui ont reſtés, vous trouverez 1116.

Quand on fait la preuve, il faut toujours ajouter au produit ce qui a reſté dans la diviſion, ſans quoi la preuve ne ſeroit pas complette.

La preuve de ces régles par leur contraire eſt auſſi très-bonne; mais elle plus difficile. Nous allons en donner un exemple ſur la même régle.

QUESTION 2.

65 ℔ 11 onces, au poids de 17 onces, à combien ſe réduiſent-elles au poids de 18?

POSITION.

17 onces : 65 ℔ 11 onc. : : 18 onc. : x = 62 ℔.

× 17

455 0

65.

11 , pour les onces.

1116 | 18 onces.

= 62 ℔ au poids de 18 onces.

Le première preuve eſt la plus aiſée.

QUESTION 3.

Une caiſſe de ſavon pèſe à Marſeille 120 ℔, poids de 16 onces; combien pèſera-t-elle à Fribourg, au poids de 17?

Dites: 16 onces : 120 ℔ :: 17 onces : $x = 112$ ℔ $\frac{16}{17}$.

Multipliez les deux premiers termes, vous aurez 1920 onces: diviſez ce produit par 17, vous trouverez que la caiſſe pèſera à Fribourg 112 ℔ $\frac{16}{17}$.

La preuve à l'ordinaire, 16 par 120 = 1920. De même 112 par 17, en ajoutant au produit les 16 onces reſtantes = 1920. Donc l'opération eſt juſte.

QUESTION 4.

5 quintaux 22 ℔ de café au poids de 14 onces, à combien ſe réduiſent-ils au poids de 18? Ils ſe réduiſent à 4 quintaux 6 liv.

SOLUTION.

Après avoir réduit les quintaux en livres, en multipliant leur nombre par 100, & avoir ajouté au produit les 22 ℔, ce qui fera en tout 522 ℔, dites:

Ci. 14 onces : 522 ℔ :: 18 onces : $x = 406$ ℔ ou 4 quint. 6 ℔.

Après avoir multiplié les deux premiers termes, & diviſé le produit par 18, on trouve que les 522 ℔, ou 5 quint. 22 ℔ au poids de 14 onces, ſe réduiſent à 406 ℔, ou à 4 quint. 6 ℔, poids de 18 onces.

NOTA. Pour réduire les livres en quintaux, il n'y a qu'à retrancher tout ſimplement les deux derniers chifres, ainſi qu'on le verra bientôt: ce qui reſte à gauche exprime des quintaux.

QUESTION 5.

Un tonneau de ſucre pèſant 348 ℔, poids de 18 onces, a coûté 254 écus, argent de Berne, on demande à combien reviendroit la livre de ce ſucre au poids de 16 onces?

1re OPÉRATION.

1re OPÉRATION.

1°. Réduiſez les 348 ℔ de ſucre, du poids de 18 onces, en celui de 16 onces, formant votre proportion, vous aurez:

ci . . 18 onces : 348 ℔ :: 16 onces : $x = 391$ ℔ $\frac{1}{2}$.

2°. Multipliez vos deux premiers termes 348 par 18, vous aurez 6264; diviſez ce produit par 16, vous trouverez 391 ℔ $\frac{1}{2}$, pour livres réduites au poids de 16.

2de OPÉRATION.

Pour trouver, à préſent, à combien reviendra la livre du ſucre au poids de 16 onces; diviſez le prix de 254 écus par les livres réduites, c'eſt-à-dire par 391 ℔ $\frac{1}{2}$; & comme la diviſion ſe trouve fractionnaire, réduiſez tout en demi-livres; dès-lors vous aurez 254 écus, à diviſer par 783 demi-livres. Voyez le principe de cette diviſion pag. 71; effectuant la diviſion, vous trouverez 6 bach. 1 cr. 5 d. $\frac{515}{783}$ pour prix de la demi-livre; & en doublant cette ſomme, vous aurez 12 bach. 3 cr. 5 den. $\frac{327}{783}$ pour prix de la livre.

Dans la pratique, on néglige les fractions qui proviennent des réductions des poids. Si elles approchent de l'entier, on les compte pour un entier, on néglige auſſi celles qui ſe trouvent dans les diviſions pour trouver le prix de la livre; dès-lors l'opération eſt aiſée.

QUESTION 5.

Avec une certaine ſomme, on a eu 40 ſacs de bled au prix de 18 ℔ le ſac; avec la même ſomme, combien aura-t-on de ſacs de ſeigle, au prix de 10 ℔ le ſac?

POSITION.

Dites: 18 ℔ : 40 ſacs de bled :: 10 ℔ : $x = 72$ ſacs de ſeigle.

Multipliez les deux premiers termes, vous aurez 720; diviſez le produit par 10, vous trouverez 72 ſacs de ſeigle.

On appliquera ce principe à toute régle de ce genre & même à toute quantité. Si l'on déſiroit connoître la ſomme, il n'y auroit qu'à cher-

cher le montant de 40 ſacs de bled à 18ᵗ le ſac; on trouveroit 720ᵗ, tout comme en cherchant le montant de 72 ſacs de ſeigle, à 10ᵗ le ſac. Cela ſerviroit de preuve.

Il y a une autre preuve qui eſt bien ſimple. Elle conſiſte à renverſer l'ordre de termes, en cherchant le contraire de ce que l'on a propoſé. Ainſi, on diroit: avec une certaine ſomme on a eu 72 ſacs de ſeigle, au prix de 10 liv.; avec la même ſomme combien auroit-on de ſacs de bled? Trouvant de nouveau 40 ſacs, on concluroit que l'opération eſt juſte.

La preuve par ſon contraire, convient à toutes les régles de trois; mais celle que nous avons déja indiquée, eſt la plus aiſée.

Les opérations qui ſuivent, ſe traiteront à-peu-près toutes par régle de trois directe.

De l'évaluation des quintaux & livres de toute marchandiſe, par régle de trois & de cent.

Cette opération eſt une des plus belles dans le calcul arithmétique, & une des plus néceſſaires dans le commerce : il importera donc d'en bien connoître le principe, pour n'être pas embarraſſé, quelque ſuppoſition qu'on puiſſe faire.

PRINCIPE PRÉLIMINAIRE.

Pour réduire les quintaux en livres, multipliez par 100 le nombre des quintaux; ou tout ſimplement, ajoutez deux zéros à la ſuite des quintaux.

Si, ayant réduit les quintaux en livres, il ſe trouvoit des livres réunies avec les quintaux, on ajouteroit ſeulement ces livres avec celles qui proviennent des quintaux réduits.

Pour réduire les livres en quintaux, diviſez par 100 le nombre des livres, ou bien retranchez tout ſimplement deux chifres par la droite; ce qui eſt à gauche exprimera des quintaux.

Réduction des quintaux en livres.

Dans 12 quintaux combien de livres? = 1200 ℔.

× 100

1200 ℔.

Dans 34 quint. 58 ℔, combien y a-t-il de ℔? Il y en a 3458.

× 100

3400

58

3458 ℔.

Réduction des livres en quintaux.

Dans 3458 ℔, combien de quintaux? = 34 quint. 58 ℔.

Retranchez deux chifres par la droite, vous aurez ci. 34|58.

QUESTION I.

Combien coûteront 10 quint. 4 ℔ de fromage, à 22 écus le quintal?

SOLUTION.

Pour faire cette régle & autres ſemblables, vous mettrez tout en livres, tant le quintal que les 10 quintaux 4 ℔; vous aurez 1004 ℔ d'un côté, & 100 ℔ de l'autre: cela poſé, vous formerez votre régle de trois, dont le premier terme ſera toujours 100 ℔; le ſecond terme ſera le prix, & le troiſième devra être le nombre des quintaux & livres réduits en livres.

Ces régles étant toujours directes, vous multiplierez les termes moyens, & diviſerez le produit par le premier; & comme ce premier terme eſt toujours 100, vous ferez votre opération en retranchant les deux derniers chifres. Avec cette diſpoſition, on peut être ſûr que la régle frappera ſur tout nombre donné en quintaux & livres, ſi grand ou ſi petit qu'on puiſſe l'imaginer.

Obſervez néanmoins que ſi, avec les quintaux il n'y a pas des livres adjointes, vous n'aurez pas beſoin de réduire alors les quintaux en livres; vous opérerez ſur les quintaux comme ſur toute autre quantité, par régle de trois : mais y eut-il ſeulement une livre, vous réduiriez tout en livres. Cela poſé, revenant à la régle propoſée, dites : ſi 100 ℔ valent 22 écus, combien vaudront 1004 ℔? : x =

× par 1004

2008

2008.

Produit = 220|88 éc.

par 20

17|60 bac.

par 4

2|40 cr.

par 12

4|80 den.

Enſorte que les 10 quint. 4 ℔ de fromage coûteront 220 éc. 17 b. 2 c. 4 d.

Les fractions qui ſe trouvent dans ces opérations ſe négligent, attendu qu'elles ne valent jamais un denier.

La preuve de ces régles eſt toujours la même que celle des régles de trois; il faut toujours que le produit des extrêmes égale celui des moyens. Ici 1004 × par 22 écus a donné 22088 écus.... De même ſi vous multipliez les deux extrêmes 220 écus 17, bac. 2 cr. 4 den. par 100, vous trouverez le même produit; obſervant néanmoins d'ajouter au ſommaire des produits les 80 deniers de reſte.

Quand on entend la poſition des régles, on peut encore abréger l'opération : on multiplie tout ſimplement par le prix donné, le nombre des quintaux & livres qu'on auroit auparavant réduit, & on diviſe le produit par 100, toujours en coupant deux chifres par la droite; ce qui reſte à gauche eſt la valeur déſirée.

Ici je prends le cruche pour valeur de 12 deniers, à cauſe de l'uſage dans le canton de Fribourg, pour la vente des fromages.

QUESTION 2.

Combien coûteront 54 quintaux 1 ℔ de fromage, à 17 écus le quintal?

POSITION.

Dites: ſi 100 ℔ : 17 écus : : 5401 ℔ : x = 918 éc. 3 bac. 1 cr. 7 d. $\frac{1}{7}$ de den.

Multipliez les termes moyens 5401 par 17, vous aurez pour produit 91817 écus : effectuez votre diviſion, toujours en retranchant les deux derniers chifres du produit, vous trouverez pour valeur de 54 quint. 1 livre de fromage, 918 écus, 3 bac. 1 cr. 7 den. $\frac{1}{7}$.

QUESTION 3.

Combien valent 3 quintaux 99 ℔ de plume, à 82 écus le quintal?

Dites: ſi 100 ℔ : 82 écus : : 399 ℔ : x = 327 éc. 3 bac. 2 cr. 2 d. $\frac{2}{7}$.

Multipliez les termes moyens 399 par 82 écus, vous aurez pour produit 32718 écus : effectuez votre diviſion comme il eſt dit à la queſtion 2, vous trouverez pour valeur de 3 quintaux 99 ℔ de plume, la ſomme de 327 écus, 3 bac. 2 cr. 2 den. $\frac{2}{7}$. (Le cruche à 6 den.)

QUESTION 4.

Le quintal de tabac à 96 ℔ 15 ſ. argent de France, combien la livre?

POSITION.

Dites: ſi 100 ℔ valent 96 ℔ 15 ſ. combien 1 ℔? : x = 19 ſ. 4 d. $\frac{20}{100}$.

× par 1

96 ℔ 15 ſ.

par 20

1920

15

19|35 ſols.

par 12 den.

70

35.

4|20 den. Enſorte que la ℔ coûte 19 ſ. 4 d. $\frac{20}{100}$.

De la Régle de commiſſion ou proviſion.

La régle de commiſſion eſt celle qui apprend à chercher le montant de ce qu'on doit donner à tant pour cent pour ſes peines ou avances, à une perſonne qui ſe charge de vendre ou acheter au profit d'une autre, telle marchandiſe, denrée, &c.

Ces régles ſont toujours directes & fondées ſur la diviſion par $\frac{0}{0}$.

QUESTION I.

Quel ſera le prix de la commiſſion de 4520 écus, au 4 pour 100 ?

POSITION.

Dites : ſi ſur 100 écus on gagne 4 écus, combien ſur 4520 écus? : $x =$ Multipliez 4520 par 4, vous aurez 18080 écus : diviſez ce produit par 100, vous trouverez pour prix de la commiſſion 180 éc. 16 bac.

QUESTION 2.

On a donné commiſſion à Joſeph, négociant, d'acheter du fromage, à condition de lui donner le $5\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$: Joſeph en a acheté pour la ſomme de 18422 éc. 16 bac.; on demande le prix de ſa commiſſion ?

POSITION.

Dites : ſi ſur 100 éc. on donne $5\frac{1}{2}$, combien ſur 18422 éc. 16 bac. ? : $x =$

× par $5\frac{1}{2}$

92110 .

4 pour les bach.

9211 8 pour la $\frac{1}{2}$.

1013|25 éc. 8 bac.

par 20

5|08 bac.

par 4

32 cr.

par 6

1|92 d.

Enſorte que le prix de la commiſſion ſera de 1013 éc. 5 b. 0 c. 1 d. $\frac{92}{105}$.

Réduction des différens aunages à l'aune de Paris.

9 verges ou aunes d'Angleterre font 7 aunes de Paris.
12 aunes de Brabant font 7 aunes de Paris.
16 aunes de Berlin font 9 aunes de Paris.

PRINCIPES.

Pour réduire les aunes des trois endroits ci-deſſus, à l'aune de Paris, on formera les proportions ſuivantes, en diſant:

Si 9 aunes d'Angleterre font 7 aunes de Paris, combien x Angl. : x Paris.
Si 12 aunes de Brabant font 7 aunes de Paris, combien x Brab. : x Paris.
Si 16 aunes de Berlin font 9 aunes de Paris, combien x Berl. : x Paris.

La lettre x repréſente toujours les aunes à réduire. Ces régles ſont toujours directes. J'ai cru ſuffiſant de ne parler que de ces trois endroits, attendu que les mêmes principes s'appliquent à l'aunage de tout autre lieu: il n'y a qu'à ſavoir le premier rapport d'un lieu à un autre, dès-lors on ne ſera pas embarraſſé pour traiter toute régle donnée.

QUESTION I.

Réduiſez 64 aunes d'Angleterre à l'aunage de Paris.

SOLUTION.

Formez votre proportion, en diſant: ſi 9 aunes d'Angleterre font 7 aunes de Paris, combien 64 aunes d'Angleterre feront-elles de Paris?

Angl. Paris. Angl.
Ci . . 9 : 7 : : 64 : x = 49 aun. $\frac{7}{9}$ de Paris.

Multipliez 64 par 7, vous aurez 448: diviſez ce produit par le premier terme 9, vous trouverez 49 aun. $\frac{7}{9}$ au quatrième terme.

La preuve ſe fait toujours d'après les principes donnés ſur les preuves des régles de trois directes. Il y en a une autre qui conſiſte à renverſer l'ordre des termes; ainſi on diroit:

Si 49 aunes $\frac{7}{9}$ de Paris valent 64 aunes d'Angleterre, combien 7 aunes de Paris en vaudront-elles d'Angleterre? Pour que la régle

soit bonne, on doit retrouver 9 aunes d'Angleterre. Cette preuve est un peu difficile, le premier terme se trouvant fractionnaire.

Dites : $49\frac{7}{5}$ aun. de Paris : 64 aun. d'Angl. :: 7 aun. de Paris : $x = 9$ aun. d'Angl.

Multipliez les termes moyens, vous aurez 448 : divisez ce produit par le premier terme réduit en neuvièmes, vous aurez :

ci . . $\frac{448}{1} \div \frac{448}{9} = \frac{4032}{448} = 9$ aunes.

NOTA. Je ne ferai plus de preuves des régles de trois, à moins qu'il ne se rencontre quelque difficulté.

QUESTION 2.

Réduisez 100 aunes de Brabant à l'aunage de Paris.

POSITION.

Dites : si 112 aun. de Brabant font 7 aun. de Paris combien 100 aun. de Brabant font-elles de Paris ? : $x = 58\frac{1}{3}$.

Multipliez 100 par 7, vous aurez 700 ; divisez ce produit par 12, vous trouverez au quatrième 58 aun. $\frac{1}{3}$ de Paris.

QUESTION 3.

Réduisez 68 aunes de Berlin à l'aunage de Paris.

POSITION.

Dites : si 16 aun. de Berlin font 9 aun. de Paris combien 48 aun. de Berlin font-elles de Paris ? : $x = 27$ aun.

Multipliez 48 par 9, vous trouverez 432 ; divisez ce produit par 16, vous aurez 27 aunes de Paris.

Application du principe.

QUESTION GÉNÉRALE.

On a acheté 136 aunes de drap, aunage de Brabant, pour la somme de 1360 livres, argent de France ; on demande à combien reviendroit l'aune, aunage de Paris ? Elle reviendra à 17^{tt} 2 s. 9 den.

EXPLICATION.

EXPLICATION.

1°. Réduiſez les aunes de Brabant à l'aunage de Paris, d'après le principe donné. 2°. Diviſez le prix par les aunes réduites, le quotient exprimera à combien reviendra l'aune, aunage de Paris.

1re OPÉRATION.

Dites: ſi 12 aun. de Brabant font 7 aun. de Paris combien 136 aun. de Brabant ? : x = 79 aun. $\frac{1}{3}$ de Paris.

Multipliez & diviſez, vous trouverez que les 136 aunes de Brabant ſe réduiſent à 79 aun. $\frac{1}{3}$ de Paris.

2de OPÉRATION.

Diviſez le prix 1360 l. par les aunes réduites, c'eſt-à-dire par 79 aun. $\frac{1}{3}$: réduiſant tout en tiers, vous aurez 13601. à diviſer par 238 tiers; ce qui donnera 5 l. 14 ſ. 3 d. pour prix du tiers; & en triplant ce quotient, vous trouverez 17l. 2 ſ. 9 d. pour prix de l'aune. Il reſte une fraction de $\frac{102}{238}$ d. qui ne ſert que pour la preuve.

PREUVE.

L'aune à 17tt 2 ſ. 9 d.
Combien valent 79 aun. $\frac{1}{3}$?

153tt	0 ſ.	0 d.	
119.	0	0	
...7	18	0	pour les 2 ſols.
...2	19	3	pour les 9 deniers.
...5	14	3	pour le $\frac{1}{3}$.
....	8	6	pour la fraction $\frac{102}{238}$ d.
1360tt	0	0	

OBSERVATION GÉNÉRALE.

C'eſt d'après ces principes généraux qu'on fera toute réduction pour toute meſure quelconque, tant en aunage qu'autre meſure, comme de bled, de vin, &c. Je ſuppoſe par, exemple, qu'on voulût ré-

duire la mesure du vin d'un endroit à la mesure d'un autre, comme celle de Vevai à celle de Bulle, je suppose de plus que 400 pots de Vevai n'en faisent que 244 de Bulle; cela une fois connu, on diroit, si 400 pots de Vevai ne font que 244 de Bulle, combien x pots de Vevai feroient-ils de Bulle?

La lettre x qui est au troisième terme, tient place de pots à réduire.

EXEMPLE.

Réduisez 1200 pots de Vevai à la mesure de Bulle d'après les suppositions faites.

Comme je vois que les termes supposés peuvent se réduire à une expression plus simple, savoir, à 100 d'un côté & 61 de l'autre; au lieu d'employer les premiers 400 & 244, qui rendroient l'opération plus difficile, je me sers de 100 & de 61; dès-lors formant ma proportion, je dis:

Si 100 pots de Vevai se réduisent à 61 de Bulle, à combien se réduiront 1200 pots de Vevai? : $x = 732$ de Bulle.

Multipliez 1200 par 61, vous aurez 73200; divisez par 100, en retranchant les deux zéros, vous trouverez que 1200 pots de Vevai se réduisent à 732 pots de Bulle.

Ce principe s'appliqueroit à toute réduction de la mesure de Vevai en celle de Bulle; ainsi de toute autre supposition.

NOTA. Si l'on formoit la proportion sur les deux premiers termes, on trouveroit le même résultat; mais l'opération est plus difficile, parce que les termes sont plus grands.

Ci.. 400 Vevai : 244 Bulle :: 1200 Vevai : $x = 732$ de Bulle.

RÉGLE D'ESCOMPTE.

DÉFINITION.

Escompter, est rabattre quelque chose d'une somme qui, ne devant être payée que dans un certain tems limité, est néanmoins payée avant le terme échu.

La régle d'eſcompte eſt donc celle qui apprend à trouver exactement ce qu'il faut rabattre au débiteur ſur la ſomme dûe, lorſqu'il veut anticiper ſon payement.

GRADATION.

Il eſt de convention dans le commerce, que le créancier doit paſſer au débiteur qui veut anticiper ſon payement, un $\frac{1}{2}$ par $\frac{0}{0}$ pour chaque mois; c'eſt-à-dire, que ſur cent écus on paſſeroit un demi-écu ou 10 baches pour un mois, &c.

TABLEAU.

Pour	1 mois, on paſſera	=	$\frac{1}{2}$.
Pour	2	=	1.
Pour	3	=	$1\frac{1}{2}$.
Pour	4	=	2.
Pour	5	=	$2\frac{1}{2}$.
Pour	6	=	3.
Pour	7	=	$3\frac{1}{2}$.
Pour	8	=	4.
Pour	9	=	$4\frac{1}{2}$.
Pour	10	=	5
Pour	11	=	$5\frac{1}{2}$.
Pour	12	=	6.

En général, c'eſt toujours la moitié du tems, comme l'on voit, qui fixe le taux.

D'après ce tableau, on trouvera facilement l'eſcompte de toute ſomme pour tant de mois que l'on voudra ſuppoſer, par une proportion dont le premier terme ſera 100, le ſecond terme un des nombres reſpectifs choiſis dans le tableau, & le troiſième terme la ſomme dûe ou la ſomme qu'il faut eſcompter.

QUESTION 1.

Eſcomptez la ſomme de 600^{tt} pour 4 mois.

EXPLICATION.

Dans cette ſuppoſition le débiteur n'eſt obligé de payer que dans 4 mois; mais, voulant payer de ſuite & argent comptant, on demande ce qu'il faut lui rabattre ſur les 600 l. pour les 4 mois d'anticipation? Pour les 4 mois on gagne le 2 pour $\frac{0}{0}$. Cela poſé, dites: ſi ſur 100 l. on paſſe 2 l. combien ſur 600 l.? : $x =$ 12 l. Multipliez 600 par 2, vous aurez 1200: diviſez ce produit par $\frac{0}{0}$, en retranchant les deux zéros, vous trouverez 12 l. pour l'eſcompte. Enſorte que le créancier doit paſſer au débiteur 12 l.: dès-lors celui-ci ne payera que la ſomme de 588 l. au lieu de 600 l. qu'il devoit payer.

Somme dûe . . .	=	600[tt]
Eſcompte à déduire	=	.12
Reſte à payer . . .	=	588[tt]

NOTA. Je repréſenterai 100 par le ſigne $\frac{0}{0}$. Ainſi au lieu d'écrire 100 écus au 4 pour 100, j'écrirai 100 au 4 p $\frac{0}{0}$. Dorénavant quand j'aurai multiplié les termes moyens, au lieu de marquer la diviſion par 100, je retrancherai tout ſimplement les deux derniers chifres du produit, & on rappelera que ce qui reſte à gauche eſt le quotient ou l'eſcompte.

QUESTION 2.

Eſcomptez la ſomme 2458 écus 14 baches pour 12 mois. Pour 12 mois, on paſſe le 6 pour $\frac{0}{0}$: cela poſé, dites: Si ſur 100 on paſſe 6, combien ſur 2458 éc. 14 bac.? : $x =$

× par 6

14748 éc. 0 bac.

4 4

Produit . . 147|52 éc. 4 bac.

par 20

10|44 bac.

par 4

1|76 cruc.

par 6

4|56 den.

Enſorte que ſur 2458 éc. 14 bac. on paſſera 147 éc. 10 bac. 1 cr. 4 d. & le débiteur, en anticipant ſon payement d'un an, gagnera cette dernière ſomme. Les fractions, ne valant jamais un denier, ſe négligent.

Ordinairement on ne compte pas les jours; néanmoins s'il y en avoit, & qu'on voulut aller à toute rigueur; alors pour l'évaluation, on prendra l'eſcompte d'un mois; & on cherchera ſur ce réſultat, l'eſcompte reſpectif des jours: on ajoutera enſuite ce produit avec celui des mois, & on pourſuivra comme ci-deſſus.

QUESTION 3.

Eſcomptez la ſomme de 1200 écus pour 1 mois & 10 jours.

Pour un mois, on paſſe $\frac{1}{2}$ ſur $\frac{0}{0}$; cela poſé, multipliez 1200 par $\frac{1}{2}$, vous aurez 600: coupez les deux zéros de ce produit, il reſtera 6 écus pour l'eſcompte d'un mois. Dix jours étant le tiers du mois, prenez le tiers de l'eſcompte du mois, vous aurez 2 pour l'eſcompte de 10 jours; & ajoutant les deux ſommes enſemble, vous aurez 8 écus pour l'eſcompte d'un mois & dix jours.

Qu'on ne perde pas de vue les nombres qu'il faut prendre dans le tableau ci-deſſus. Rélativement aux mois d'anticipation; quand on eſt bien familier avec les nombres à choiſir. Dans le tableau, afin d'opérer plus promptement on ne forme pas la proportion: on multiplie ſeulement la ſomme dûe par le nombre reſpectif choiſi dans le tableau, & on diviſe le produit par 100, en coupant deux chifres; le quotient donne l'eſcompte.

QUESTION 4.

Eſcomptez la ſomme de 5428 l. argent de France, pour 5 mois.

Pour 5 mois, on paſſe le $2\frac{1}{2}$; par conſéquent multipliez 5428 l. par $2\frac{1}{2}$, vous aurez pour produit 13570 l.: diviſez ce produit par $\frac{0}{0}$, vous trouverez 135 l. 14 ſ. pour l'eſcompte de cinq mois.

Seconde manière d'eſcompter.

Il y a une autre manière d'opérer qui eſt très-belle ſans être difficile: l'expérience m'a néanmoins convaincu que la première manière étoit plus facile, quoiqu'un peu plus longue.

QUESTION GÉNÉRALE.

Eſcomptez la ſomme de 2000 écus pour 4 mois.

EXPLICATION.

Pour 4 mois, on doit paſſer le 2 pour 100: conſéquemment 100 écus ſe réduiront à 98 écus, c'eſt-à-dire, que le débiteur, au lieu de payer 100, n'en payeroit que 98; dès-lors on auroit la proportion ſuivante :

Si 100 éc. ſe réduiſent à 98, à combien ſe réduiront 2000 ?: $x = 1960$ é.

Multipliez 2000 par 98, vous aurez 196000 : retranchez les deux derniers chifres, il reſtera 1960, & la ſomme ſe trouve eſcomptée. Enſorte que le débiteur, au lieu de payer 2000 écus, ne payera que 1960 écus. En opérant par la première manière, on trouvera le même réſultat.

De l'eſcompte en dedans & en dehors.

L'eſcompte eſt dit en dedans, lorſque ſur 100 écus, paſſant une telle ſomme, on doit paſſer par proportion une telle autre ſomme au débiteur qui paye argent comptant : par exemple, ſi Pierre vouloit payer 20000 écus & qu'on lui paſſât le 5 pour $\frac{0}{0}$ pour dix mois, on diroit, comme ci-deſſus : ſi 100 écus ſe réduiſent pour Pierre à 95 écus, à combien ſe réduiront 20000 écus ? Ils ſe réduiroient, d'après le principe donné, à la ſomme de 19000 écus; parce que Pierre, en anticipant ſon payement de dix mois, gagne 1000 écus, comme on le voit par l'opération.

Cet eſcompte eſt dit en dedans, parce qu'on tire réellement les 5 écus en dedans de 100 : c'eſt celui dont nous avons parlé, & par lequel nous avons traité toutes les queſtions données.

L'eſcompte eſt dit en dehors, lorſqu'au lieu de dire, comme ci-deſſus, ſi 100 écus ſe réduiſent pour Pierre à 95 écus, &c. on diſoit: ſi 105 écus ſe réduiſent à 100 écus, à combien ſe réduiroient 20000 écus ?

Ici les 5 écus ſont tirés en dehors de 100 : auſſi l'eſcompte eſt-il

dit en dehors : il y a une très-grande différence dans la manière de procéder comme l'on voit; auſſi les réſultats ſont-ils bien différens, ſur-tout lorſque le taux du rabais eſt conſidérable. Dans le premier cas, c'eſt-à-dire en opérant par l'eſcompte en dedans, Pierre ne doit payer que 19000 écus, il gagne conſéquemment 1000 écus.

Par l'eſcompte en dehors, il doit payer 19047 écus, 12 baches, 1 cruche, 6 deniers; ſouſtraiſant cette ſomme de 20000, on trouve qu'il ne gagne que 952 écus, 7 bac. 2 cru. 6 den. Le réſultat d'un produit à l'autre, donne donc pour différence la ſomme de 47 écus 12 bac. 1 cru. 6 den.

L'eſcompte en dehors eſt donc préjudiçable à Pierre, de la ſomme de 47 écus 12 bac. 1 cru. 6 den. Voilà ce qu'on doit bien peſer & bien examiner. L'eſcompte en dedans eſt favorable au débiteur; l'eſcompte en dehors l'eſt au créancier.

Opération pour les 20000 écus, par l'eſcompte en dehors, pour les dix mois.

Dites: ſi 105 éc. ſe réduiſent à 100, à combien ſe réd. 20000 éc ? : $x =$

Multipliez 20000 par 100, & diviſez par 105, vous trouverez que les 20000 écus ſe réduiront, comme nous l'avons énoncé ci-deſſus, à la ſomme de 19047 écus, 12 bac. 1 cr. 6 den.

D. Mais, dira-t-on, par quelle manière doit-on procéder ?

R. Evidemment, par l'eſcompte en dedans.

RÈGLE DE GAIN.

QUESTION I.

12 aunes de draps ont coûté 144 écus 14 baches, voulant gagner le 10 pour 100, on demande à combien reviendra l'aune ?

SOLUTION.

1°. Cherchez le gain au 10 pour $\frac{0}{0}$ ſur le prix d'achat; 2°. ajoutez le gain qu'on trouve par la régle de trois, au prix d'achat; 3°. diviſez la ſomme totale par le nombre d'aunes, ou telles autres quan-

tités données, le quotient vous indiquera à combien on peut vendre l'aune, en gagnant le 10 pour $\frac{0}{0}$.

1re OPÉRATION.

Dites: ſi ſur 100 éc. on gagne 10, combien ſur 144 éc. 14 bac.?: x =
Multipliant les termes moyens, diviſant par le premier, on trouve que le gain eſt de 14 écus, 9 bac. 1 cr. 7 den.

2de OPÉRATION.

Ajoutez l'achat . . .	=	144 éc.	14 bac.	0 cr.	0 d.
avec le gain . . .	=	14	9	1	7
Total	=	159 éc.	3 bac.	1 cr.	7 d.

3e OPÉRATION.

Diviſez ce produit total par le nombre d'aunes, vous aurez ci . . 13 éc. 5 bac. 1 cr. 1 d. pour prix de l'aune.

Enſorte que l'aune reviendra à la ſomme de 13 éc. 5 bac. 1 cr. 1 d. & on gagnera le 10 pour $\frac{0}{0}$.

QUESTION 2. & GÉNÉRALE.

Un négociant de Bulle, en Suiſſe, a acheté à Amſterdam pour la ſomme de 200 liv. argent de France, une barrique de café qui pèſe 150 lb poids de 16 onces, ce négociant ayant payé 8 liv. $\frac{1}{2}$ par $\frac{0}{0}$ pour frais de voiture, & voulant gagner 10 $\frac{1}{4}$ pour $\frac{0}{0}$; on demande à combien reviendra la livre du café, poids de 17 onces?

SOLUTION.

Ce problême ſur lequel le commerce eſt fondé, préſente tout-à-coup une grande difficulté; mais avec l'application des principes donnés, on la verra ſucceſſivement s'évanouir.

1°. Cherchez le poids de la barrique au poids de 17 onces pour Bulle, par la proportion ſuivante *inverſe*.

Dites:

Dites: ſi 16 onces : 150 ℔ :: 17 onces : x = 141 liv. $\frac{5}{17}$.

En opérant, on trouve que la barique pèſera à Bulle 141 ℔ $\frac{5}{17}$.

2°. Cherchez les frais de la voiture par la proportion ſuivante *directe* & dites:

Si 100 ℔ pèſant coûtent 8 ℔ $\frac{1}{2}$, combien 141 ℔ ? : x = 11 ℔ 19 ſ. 8 d.

En opérant, on trouve que les frais de voiture ſe porteront à la ſomme de 11 liv. 19 ſ. 8 den.

3°. Cherchez le gain à 10 liv. $\frac{1}{4}$ p. $\frac{0}{0}$, par la proportion ſuivante *directe* & dites:

Si ſur 100 liv. on gagne 10 $\frac{1}{4}$, combien ſur 200 liv. ? : x = 20 liv. 10 ſ.

En opérant, on trouve qu'on gagnera en totalité 20 liv. 10 ſ.

4°. Au prix d'achat, ajoutez les frais de voiture & le gain déja trouvé, vous aurez

ci . .	prix d'achat . .	=	200 ℔	0 ſ.	0 d.
	frais de voiture	=	. 11	19	8
	gain à 10 $\frac{1}{4}$ p. $\frac{0}{0}$	=	. 20	10	0
	Total . . .	=	232 ℔	9 ſ.	8 d.

5°. Diviſez la ſomme de 232 ℔ 9 ſ. 8 den. par le poids réduit, c'eſt-à-dire, par 141 ℔, vous aurez 1 ℔ 12 ſ. 11 d. $\frac{101}{141}$, pour prix de la livre.

Enſorte que le négociant de Bulle pourra vendre la ℔ de café à 1 ℔ 12 ſ. 11 d. & gagner le 10 $\frac{1}{4}$ pour $\frac{0}{0}$.

PREUVE.

La livre de café à 1 ℔ 12 ſ. 11 d.
Combien . . . 141 ℔ de café ?

	141 ℔	0 ſ.	0 d.	
	. 84	12	0	pour les 12 ſols.
	. . 6	9	3	pour les 11 den.
	. . .	8	5	pour la fraction $\frac{101}{141}$ de den.
=	232 ℔	9 ſ.	8 d.	prix de 141 ℔ de café.

NOTA. Nous avons négligé les $\frac{3}{17}$ de la première proportion, parce que l'évalution de cette fraction n'auroit fait qu'embarraſſer le calcul, en occaſionnant des plus grandes fractions ſans valeur réelle; l'expérience m'a convaincu du réſultat ſi infiniment petit qu'il doit être négligé. Le principe de ſolution de ce problême s'applique à la ſolution de tout problême de ce genre.

RÉGLE DE PERTE.

QUESTION I.

On a acheté 40 quintaux de marchandiſes, à 60 liv. le quintal; on ne revend le quintal qu'à 50 liv., combien perd-on ſur toute la marchandiſe ?

SOLUTION.

Il eſt clair qu'on perd 10 liv. par quintal : de-là je forme la proportion ſuivante *directe.*

Si ſur 1 quintal on perd 10 liv., combien ſur 40 quint.? : $x = 400$ liv.

Multipliez 10 par 40, vous trouverez au quatrième terme 400 liv. Ce ſera la perte qu'on fait ſur les 40 quintaux.

QUESTION 2.

On a acheté 100 aunes de drap pour la ſomme de 4463 liv. 6 ſ. 8 d. dont chacune revenant à 44 liv. 12 ſ. 8 d. prix d'achat, n'eſt cependant vendue qu'à raiſon de 36 liv. 6 ſ.; on demande combien on perd ſur toute la marchandiſe ?

SOLUTION.

Il eſt clair qu'en ſouſtraiſant le prix de vente du prix d'achat, on trouve qu'on perd 9 liv. 6 ſ. 8 d. par aune : de-là je forme la proportion ſuivante *directe.*

Si ſur 1 aune on perd 9 liv. 6 ſ. 8 d., combien ſur 100 aun.? : $x =$

Multipliez les termes moyens l'un par l'autre, c'eſt-à-dire 9 liv. 6 ſ. 8 d. par 100, vous trouverez au quatrième terme la ſomme de 933 liv. 6 ſ. 8 d. qu'on perd ſur la totalité.

PREUVE.

Cherchez le montant de 100 aunes de drap sur le prix de perte, & ajoutez la perte au produit, vous trouverez le prix d'achat.

OPÉRATION.

L'aune à 35^{tt} 6 s. prix de perte.
Combien 100 aunes ?

=	3500^{tt}	0 s.	0 d.	
	..30	0	0	pour les 6 sols.
	.933	6	8	pour la perte totale.
=	4463^{tt}	6 s.	8 d.	prix d'achat.

La solution de ces problêmes servira à la solution des problêmes de ce genre.

RÉGLE DE TROC.

QUESTION I.

Jean a 66 ℔ de café qu'il vend à 14 baches la ℔ : André a 126 de sucre qu'il vend a 9 baches la ℔ : un échange étant proposé, on demande de balancer le prix, c'est-à-dire, de voir lequel doit rendre à l'autre.

PRINCIPE.

1°. Cherchez chaque valeur respective ; 2°. déduisez le moindre prix du plus fort, vous trouverez lequel des deux doit rendre à l'autre.

Pour Jean : la ℔ de café à 14 bac.	Pour André : la ℔ de sucre à 9 bac.
Combien valent 66 ℔ ?	Combien valent 126 ℔ ?
Valeur en écus = 46 éc. 4 bac.	Valeur .. 56 éc. 14 bac.

BALANCE.

Tirez le moindre prix du plus grand, vous trouverez que Jean doit rendre 10 écus, 10 baches.

Valeur pour André . . . . = 56 éc. 14 bac.
Valeur de Jean à ſouſtraire = 46 4
À rendre par Jean . . . . . = 10 éc. 10 bac.

Suite du problême.

Mais ſi Jean diſoit : je n'ai pas 10 écus 10 baches à rendre ; donnez-moi du ſucre pour la valeur de mon café, c'eſt-à-dire pour la ſomme de 46 écus 4 baches : comment faudroit-il opérer, combien de livres de ſucre Jean auroit-il pour la valeur de ſon ſucre ?

SOLUTION.

La livre de ſucre ſe vendant, d'après la ſuppoſition, à 9 baches, dites par régle de trois :

Si pour 9 bac. on a 1 ℔ de ſucre, combien en aura-t-on pour 46 éc. 4 b.? : $x = 102$ ℔ $\frac{2}{3}$.

Les termes moyens multipliés donnent toujours 46 écus 4 baches : réduiſez tout en baches, vous aurez 924 baches ; diviſez ce produit par 9, vous trouverez au quatrième terme 102 ℔ $\frac{2}{3}$ de ſucre, que Jean doit recevoir pour ſa ſomme de 46 écus 4 baches.

PREUVE.

La livre de ſucre à 9 baches.
Combien valent 102 liv. $\frac{2}{3}$?
Valeur en écus = 46 éc. 4 b. valeur du café de Jean.

Régle pour tirer la tare des marchandiſes qui ſe vendent au poids ou à la meſure, comme huile, ſucre, café, &c.

Il y a des marchandiſes qu'on ne peut pèſer commodément qu'avec les caiſſes, tonneaux, cordes, pailles & autres choſes qui les contiennent ou les lient : l'enſemble de la marchandiſe avec le corps extérieur qui la renferme ou la lie, s'appelle *poids brut*, & le poids de ce même corps qui contient la marchandiſe, comme les caiſſes, pailles, &c. s'appelle *tare*. La tare ſera donc le poids de tout corps extérieur qui enveloppe une marchandiſe.

Le poids de la marchandiſe en elle-même, ſans y comprendre la tare ou le poids de l'enveloppe, s'appelle *poids net.*

Comme il n'eſt pas toujours aiſé de peſer ſéparément les tonneaux, caiſſes & autres enveloppes des marchandiſes, le vendeur & l'acheteur conviennent entr'eux de rabattre tant pour cent pour la tare, comme 8 ℔, 10 ℔, &c.

Ordinairement, c'eſt l'uſage qui régle le taux pour cent de la tare que l'on doit déduire : la qualité des marchandiſes y contribue beaucoup.

Ces régles ſont toujours directes ; elles ſe traitent par le même principe que les régles d'eſcompte.

QUESTION I.

Auguſtin a acheté 5 tonneaux d'huile peſant *brut* 5420 ℔ ; on demande combien il doit payer de *net*, en lui rabattant le 6 pour $\frac{0}{0}$ pour la tare ?

OPÉRATION.

Si 100 ℔ brut donnent 6 ℔ de tare, combien 5420 ℔ brut ? : x = 325 ℔ $\frac{1}{5}$ de tare.

Multipliez les termes moyens, & diviſez le produit par $\frac{0}{0}$, vous trouverez que ſur 5420 ℔ brut il y a 325 ℔ $\frac{1}{5}$ de tare.

Ainſi, de . . 5420 ℔ brut
tirez . . 325 de tare.
Reſte = 5095 ℔ de net à payer par Auguſtin.

NOTA. On néglige les fractions, à moins qu'elles ne donnent une valeur aſſez rapprochée de l'entier, ou du moins une valeur qu'on puiſſe évaluer par les fractions uſitées dans le commerce.

QUESTION 2.

Joſeph a acheté 6 tonneaux de ſucre peſant brut 3724 ℔ ; on demande combien il doit payer de net, en lui rabattant le 4 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ pour la tare ?

OPÉRATION.

Si ſur 100 ℔ brut on paſſe ℔ 4 $\frac{1}{2}$ de tare, combien ſur 3724 ℔ brut ? : x = ℔ de tare.

Après avoir multiplié les termes moyens qui donnent 16758, & diviſé ce produit par $\frac{0}{0}$, on trouve qu'on doit paſſer ℔ 167 $\frac{1}{2}$ de tare: il y a une très-petite fraction qui doit ſe négliger.

Ainſi de 3724 ℔ brut
tirez . . 167 $\frac{1}{2}$ ℔ de tare.
3556 $\frac{1}{2}$ reſte net à payer par Joſeph.

QUESTION 3.

Combien payera-t-on pour 1526 ℔ brut de marchandiſe, à 23 liv. 12 ſols le cent net, en rabattant le 8 pour $\frac{0}{0}$ pour la tare?

1°. Cherchez la tare, en diſant :

Si 100 ℔ brut donnent 8 de tare, combien 1526 brut? : x = 122 ℔ de tare.

Multipliez les termes moyens, vous trouverez pour produit 12208: diviſez ce nombre par $\frac{0}{0}$, vous aurez 122 ℔ de tare: tirez enſuite la tare du brut pour avoir le net, vous aurez

ci . . de 1526 ℔ brut
tirez 122 de tare.
Reſte . 1404 ℔ de net.

3°. Pour trouver la valeur du net, à 23 liv. 12 ſ. la livre, dites, par régle de 100 :

Si 100 ℔ de net coûtent 23 liv. 12 ſ. combien 1404 ℔ de net? : x =

Multipliez les termes moyens 1404 par 23 liv. 12 ſ., vous aurez pour produit 33134 liv. 8 ſ.: diviſez enſuite ce produit par $\frac{0}{0}$, vous trouverez au quatrième terme 331 liv. 6 ſ. 10 d. pour la valeur de 1404 ℔ de net.

Du change & de ſon utilité.

La difficulté & le danger de tranſporter l'argent d'un lieu à un autre, a donné lieu à l'établiſſement de pluſieurs places qu'on *nomme places de change*, comme Paris, Lyon, Bordeaux & autres lieux pour la France.... (Dans tous les autres pays il y a de ſemblables places.)

Dans ces lieux on trouve des banquiers qui, moyennant une certaine ſomme, échangent l'argent qu'il ſeroit trop pénible & quelque fois dangereux de porter, contre une lettre de change qui vaut du comptant ſur un autre banquier du lieu où l'on déſire aller.

La régle du change nous apprend à trouver ce que le banquier doit retenir, ou ce qu'on doit lui donner pour l'échange.

Cette opération ſe traite par régle de trois & de cent, comme les précédentes.

QUESTION I.

Nicolas voulant aller de Berne à Londres, va trouver un banquier pour lui faire recevoir 6000 liv. net, au même lieu : on demande combien il faut donner au banquier pour le change desdits 6000 liv. l'échange étant accordé au 8 pour $\frac{0}{0}$ pour Londres ?

OPÉRATION.

Dites : ſi 100 liv. coûtent 8 liv. combien 6000^{tt} ? : x = 480^{tt}.

$$\begin{array}{r} \times \quad 8 \\ \hline 480|00. \end{array}$$

Ayant fait la régle, il vient au quatrième terme 480 livres qu'il faut payer au banquier pour l'échange; lui payant d'un autre côté les 6000 liv. Nicolas recevra ſur Londres une lettre d'échange valeur de 6000 livres net.

QUESTION 2.

Joſeph voulant aller de Lyon à Conſtance, demande du papier ſur cette dernière ville, pour la ſomme de 3458 liv. argent de France : ne voulant pas que cette même ſomme lui ſoit comptée net, on demande ce qu'il perdra ſur l'échange du 3 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$?

OPÉRATION.

Si ſur 100^{tt} on perd 3 $\frac{1}{2}$, combien ſur 2458^{tt} ? : x = 121^{tt} 0 ſ. 7 d.

Multipliez 3458 par 3 $\frac{1}{2}$, vous trouverez 12103^{tt} : effectuez votre diviſion en retranchant toujours les deux derniers chifres du produit,

vous trouverez que Joſeph perdra la ſomme de 121 liv. 0 ſ. 7 d. ſur 3458 liv. : dès-lors le banquier lui fournira ſur Conſtance une lettre d'échange, valeur de 3336 liv. 19 ſ. 5 d.

En effet, de . . = 3458^tt 0 ſ. 0 d.
tirez . = 121 0 7. droit d'échange.

Reſte, lettre ſur Conſtance = 3336^tt 19 ſ. 5 d.

Obſervez que pour multiplier 3458 liv. par $\frac{1}{2}$, on ne fait que prendre la moitié de 3458 liv. = 1729 liv.

De la Régle d'intérêt.

PRINCIPE.

Pour trouver les intérêts ſur un capital donné, il faut ſe ſervir de la régle de trois directe : en diſant ſi 100^tt de capital donnent une telle ſomme d'intérêt, comme 3, 4, 5, &c. ; combien le capital que l'on propoſe donnera-t-il auſſi d'intérêt ?

Si l'on cherche les intérêts pour an, mois & jours, on prendra la moitié de la valeur de l'an pour 6 mois, le quart pour trois mois, le tiers pour quatre mois, &c. Ainſi, quand on a l'intérêt pour un mois, on prendroit la moitié de cette valeur pour 15 jours, le tiers de la valeur de 15 jours pour 5 jours, & le cinquième de la valeur de 5 jours pour 1 jour, &c.

Nous donnerons ci-après une autre méthode pour trouver les intérêts d'un capital pour an, mois & jours, par une ſeule opération. Un capital eſt toujours ſuppoſé à tant pour $\frac{0}{0}$ pour un an, à moins qu'il n'y ait des conventions expreſſes.

QUESTION I.

Quels ſeront les intérêts d'un capital de 445 liv. placé au 5 pour cent ? Ils ſeront de 22 liv. 5 ſols.

Dites :

Dites: si 100 liv. (capital) donnent 5 (d'intérêt), combien 445 liv. (capital)? : x = 22 liv. 5 f. (intérêt)

× par 5

22|25.

par 20

5|00 f.

Qu'on ne perde pas de vue que retrancher les deux derniers chiffres d'un produit, c'eſt le diviſer par cent.

QUESTION 2.

Cherchez les intérêts de 648 liv. de France, au 3 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$.

Dites: si 100 l. (capital) donnent 3 $\frac{1}{2}$ l. (d'intérêt), combien 648 l. (capital)? : x = 22 l. 13 f. 7 d. (intérêt)

Multipliez 648 par 3 $\frac{1}{2}$, vous aurez pour produit 2268 liv. diviſez ce produit par $\frac{0}{0}$, en retranchant les deux derniers chiffres, vous trouverez 22 liv. 13 f. 7 d. pour l'intérêt déſiré.

Ces queſtions ſe réduiſent à l'intérêt d'un an.

QUESTION 3.

Cherchez les intérêts de la ſomme de 1000 écus, au 6 $\frac{1}{8}$ p. $\frac{0}{0}$.

PROPORTION.

Dites : si 100 éc. (capital) donnent 6 éc. $\frac{1}{8}$ (d'intérêt), combien 1000 écus? : x = 66 éc 5 b. (intérêt)

× par 6 $\frac{1}{8}$

6000.

.500. pour $\frac{4}{8}$ ou la $\frac{1}{2}$.

.125. pour $\frac{1}{8}$ ou le $\frac{1}{2}$ quart.

Produit = 66|25.

× par 20

5|00 bac.

Enforte que l'intérêt de 1000 écus au $6\frac{5}{8}$ p. $\frac{0}{0}$, ſe porte à la ſomme de 66 écus & 5 bach.

EXPLICATION.

Après avoir formé la proportion, on multiplie le capital par le taux de l'intérêt, & on diviſe le produit par $\frac{0}{0}$. Pour multiplier 1000 par 6, point de difficulté: pour multiplier 1000 par $\frac{5}{8}$, il faut conſidérer, que $\frac{5}{8}$ ſont compoſés de la $\frac{1}{2}$ & d'un $\frac{1}{8}$ ou d'un demi-quart: ainſi en prenant la moitié de 1000 écus, qui eſt 500 écus d'un côté, & la huitième partie des mêmes 1000 écus, qui eſt 125, vous aurez multiplié 1000 écus par $\frac{5}{8}$, ou bien vous en aurez pris les cinq-huitièmes. Quand on a fini la multiplication, on coupe les deux derniers chifres du produit, & tout ce qui eſt à gauche eſt l'intérêt qu'on cherche.

NOTA. On peut prendre d'une autre manière les $\frac{5}{8}$ de 1000 écus, ainſi que nous l'avons expliqué pag. 140; il n'y a qu'à multiplier 1000 par le numérateur de la fraction & diviſer le produit par le dénominateur, le quotient vous donnera les $\frac{5}{8}$. Ainſi, multipliez 1000 par 5, vous aurez 5000; diviſez ce produit par 8, vous aurez 625 pour vos $\frac{5}{8}$, comme ci-deſſus. Cette dernière manière de multiplier eſt préférable.

QUESTION 4.

Cherchez les intérêts pour 1 mois, de la ſomme de 643 liv. 16 ſ. placée pour 1 an, au $4\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$.

1°. Cherchez l'intérêt pour 1 an, en diſant:

Si 100 l. capit. donnent $4\frac{1}{2}$ d'int. combien donneront 643 l. 16 ſ. capit.? : x =

Multipliez les termes moyens 643 liv. 16 ſ. par $4\frac{1}{2}$, vous trouverez au produit 2897 liv. 2 ſ. Diviſez ce produit par $\frac{0}{0}$, vous aurez 28 l. 19 ſ. 5 d. pour intérêt d'un an.

2°. Ayant trouvé l'intérêt pour 1 an = 28 liv. 19 ſ. 5 d. prenez le douzième de cette ſomme pour l'intérêt d'un mois; vous trouverez 2 liv. 8 ſ. 3 d.

En général, pour trouver l'intérêt pour tel nombre de mois que

vous voudrez: cherchez 1°. l'intérêt pour un an; prenez enſuite ſur l'intérêt d'un an une portion rélative au nombre des mois propoſés:

pour 1 mois, prenez le douzième de la valeur de l'an.
pour 2 mois, prenez le ſixième.
pour 3 mois, prenez le quart.
pour 4 mois, prenez le tiers.
pour 5 mois, prenez le tiers & quart du tiers.
pour 6 mois, prenez la moitié.

Il y a une autre méthode très-ſimple qu'on verra ci-après, qui, dès qu'on a l'intérêt pour un an, fait trouver par une ſeule opération l'intérêt de tant de mois qu'on propoſera: elle conſiſte dans une régle de trois; elle eſt très-belle, & préférable à celle-ci dans pluſieurs cas.

NOTA. Si on ne vouloit placer ſon argent qu'au mois, & qu'on cherchât l'intérêt de pluſieurs mois, on fera le même raiſonnement que pour l'an; c'eſt-à-dire, on cherchera 1°. l'intérêt d'un mois au taux qu'on voudra; 2°. on multipliera enſuite l'intérêt d'un mois par le nombre des mois propoſés; ou bien on établiera une régle de trois, dont les termes ſeront placés, ainſi qu'on le verra dans l'exemple ſuivant.

QUESTION 5.

Thomas ne voulant placer ſon argent qu'au mois & aux taux de $1\frac{1}{4}$ pour $\frac{0}{0}$; on demande combien lui produira par mois la ſomme en capital de 1200 livres?

SOLUTION.

Dites: ſi 100 l. produiſent $1\frac{1}{4}$ par mois, combien prod. 1200 l.? : $x = 15$ l.

Multipliez 1200 par $1\frac{1}{4}$, vous trouverez 1500: diviſez ce produit par $\frac{0}{0}$ en retranchant les deux zéros, vous aurez 15 liv. au quatrième terme; c'eſt-à-dire que 1200 liv. produiront 15 liv. par mois.

Si l'on cherchoit l'intérêt du même capital pour 10 mois, on ne feroit que multiplier l'intérêt d'un mois par 10, 15 par 10 = 150 l. pour 10 mois. Cela eſt fondé ſur la proportion ſuivante.

Si 1 mois gagne 15^{tt}, combien gagneront 10 mois? : $x = 150^{tt}$.

Si avec le mois il y avoit des jours, ou même s'il n'y avoit que des jours dont on voulût chercher l'intérêt, on cherchera toujours l'intérêt d'un mois; on prendra enſuite ſur cet intérêt une portion rélative à la fraction déſignée par le nombre des mois propoſés: pour 15 jours on prendroit la moitié de la valeur du mois, pour 10 jours le tiers, &c. Comme le bon ſens fait trouver aiſément les aliquotes analogues au nombre donné, j'ai trouvé ſuperflu d'en donner ici le tableau.

QUESTION 6.

Cherchez les intérêts de la ſomme de 628^{tt} au 2 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, pour 1 an, 5 mois, 21 jours.

Si 100 l. donnent 2$\frac{1}{2}$, combien 628 l.? : x = 15^{tt} 14 ſ. 0 d. pour 1 an.

Multipliez 1°. 628 l. par 2 $\frac{1}{2}$, vous aurez	5	4	8	pour 4 mois.
1570 liv. 2°. Diviſez ce produit par	1	6	2	pour 1 mois.
100, vous aurez 15 liv. 14 ſ. pour	.	13	1	pour 15 jours.
l'intérêt d'un an. 3°. Décompoſez	.	4	4	pour 5 jours.
enſuite comme il eſt marqué.	.	.	10	pour 1 jour.

Total des intérêts pour 1 an, 5 m. 21 j. = 23^{tt} 3 ſ. 1 d.

QUESTION 7.

Cherchez les intérêts de 562 écus pour 20 ans, au 5 pour $\frac{0}{0}$.

1°. Cherchez l'intérêt d'un an, d'après les principes ci-deſſus; vous trouverez 28 éc. 2 bac. 2°. Multipliez par 20 l'intérêt d'un an, vous trouverez 562 écus pour 20 ans, au 5 pour cent.

L'intérêt de 562 écus pour 20 ans, au 5 p. $\frac{0}{0}$, ſera donc 562 ou la ſomme elle-même: il paroît par-là que dans 20 ans une ſomme placée au 5 pour cent, ſe trouve doublée.

Pour faire cette opération ou telle autre ſemblable, il faut 1°. chercher l'intérêt d'un an; 2°. on multipliera cet intérêt par le nombre des années; le produit donnera l'intérêt pour le tems qu'on propoſe. Ici, nous avons multiplié par 20, l'intérêt d'un an, parce qu'il y avoit 20 années déja écoulées.

QUESTION 8.

Joſeph a emprunté de Pierre la ſomme de 1000 écus, au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, le 14 Mai 1789; voulant ſe libérer le 10 Octobre 1797, on demande quelle ſomme il doit rembourſer en intérêts & capital?

1re OPÉRATION.

1°. Cherchez combien il s'eſt écoulé de tems depuis l'emprunt juſqu'au rembourſement, d'après le principe de la ſouſtraction chronologique, pag. 34, vous trouverez qu'il s'eſt écoulé, d'une date à l'autre, 8 ans, 4 mois, 26 jours. En effet,

1797. 10 Octobre,	fait =	1796 ans, 9 mois,	10 jours.
1789. 14 Mai,	fait =	1788 ans, 4 mois,	14 jours.
Otez l'un de l'autre, il reſte =		8 ans, 4 mois,	26 jours.

2de OPÉRATION.

Cherchez les intérêts de 1000 éc. au $4\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$, pour 8 ans, 4 mois, 26 j.

Si 100 gagnent $4\frac{1}{2}$, combien 1000 éc.? : $x = 45$ écus pour 1 an.

× 8

360 é.	0 b.	0 c.	pour 8 ans.
. 15	0	0	pour 4 m.
.. 1	5	0	pour 10 j.
.. 1	5	0	pour 10 j.
...	12	2	pour 5 j.
...	2	2	pour 1 j.

Total d'intérêts pour 8 ans, 4 m. 26 j. = 378 éc. 5 b. 0 cr.

À rembourſer par Joſeph, ci . intérêts 378 éc. 5 bach.
Capital . . . . 1000.

Total à rembourſer . . . . 1378 éc. 5 bach.

NOTA. Pour trouver la valeur de huit ans, on cherche premièrement la valeur d'un an; on multiplie enſuite cette valeur par 8; le produit donne la valeur de 8 ans.

Pour évaluer les 4 mois, nous avons pris le $\frac{1}{3}$ de la valeur de l'an.

Pour évaluer 10 jours, nous avons évalué à part un mois, en prenant le $\frac{1}{4}$ de la valeur de 4 mois; ayant la valeur du mois, qui a été 13 écus & 15 bach., nous avons pris le $\frac{1}{3}$ de cette même valeur pour 10 jours. Rien de difficile dans le reſte.

Les régles données ſervent à trouver les intérêts ſur les capitaux; les mêmes régles ſerviront auſſi à trouver les capitaux ſur des intérêts qu'on pourroit propoſer: il n'y aura qu'à changer l'ordre des termes dans la proportion. On mettra toujours l'intérêt de 100 pour premier terme, & ce même 100, qui eſt un capital, ſera le ſecond terme de la proportion. Les exemples vont éclaircir le principe.

QUESTION 1.

Quel ſera le capital de la rente de 50 livres, au 5 pour $\frac{0}{0}$?

Dites: ſi 5 liv. d'intérêt donnent 100 liv. de capital, combien 50 liv. d'intérêt donneront-elles de capital? Elles donneront 1000 liv. de cap.

OPÉRATION.

5 liv. intérêt: 100 l. capital :: 50 l. intérêt: x = 1000 liv. capital.

Multipliez les termes moyens, vous aurez 5000; diviſez ce produit par le premier terme 5, vous trouverez au quatrième terme 1000 liv. en capital.

QUESTION 2.

Quel ſera le capital de la rente de 424 liv. de France, au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$?

Dites: $4\frac{1}{2}$ l. int. : 100 l. cap. :: 424 l. int. : x = 9422 l. 4 ſ. $5\frac{5}{9}$ d. capital.

× 100

= 42400 | 9 demies.
4711 liv. 2 ſ. $2\frac{5}{9}$ d. prix de la $\frac{1}{2}$.

par 2.

Capital . . = 9422 liv. 4 ſ. $5\frac{5}{9}$ d. prix de l'entier.

Cette opération eſt fractionnaire: ainſi, après avoir multiplié les termes moyens qui donnent pour produit 42400, on diviſe ce produit par le premier terme réduit en demies, ce qui donne 9 demies; on trouve au quotient le prix de la demie: on le multiplie enſuite par 2, pour avoir l'unité entière.

Rachat des rentes, par le même principe.

QUESTION 3.

Jaques veut racheter une rente de 450 livres, qu'il paye à raiſon de 5 pour $\frac{0}{0}$: on demande quelle ſomme il doit rembourſer, ou quel ſera le capital?

Dites: 5^{tt} intérêt : 100^{tt} cap. :: 450^{tt} int. : $x = 9000^{tt}$ capital.

× par 100

45000 | 5

Réponſe . . . = 9000^{tt} à rembourſer.

QUESTION 4.

Jean veut racheter une rente de 84 liv., qu'il paye à raiſon de $3^{tt}\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$: quel capital doit-il rembourſer?

Dites: $3^{tt}\frac{1}{2}$ int. : 100^{tt} cap. : : 84^{tt} int. : $x = 2400^{tt}$ cap.

par 100

8400 | 7 demies.

1200

par 2

Il devra rembourſer . . = 2400^{tt}.

Pour faire la preuve, on diroit 2400 liv. placées au $3\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, combien donnent-elles d'intérêt? Faiſant la régle, on trouveroit 84 liv.

QUESTION 5.

Un rentier reçoit chaque année un intérêt de 48 liv. provenant d'un capital de 1200 liv.: on demande à combien pour cent le capital eſt placé ?

Dites: ſi 1200^{tt} cap. donnent 48^{tt} int., combien 100^{tt} cap. : $x = 4$ int.

Enſorte que le capital ſe trouve placé au 4 pour cent.

Seconde manière de trouver les intérêts d'un capital, pour an, mois & jours, par une ſeule opération.

On ſuppoſe qu'on connoît l'intérêt d'un an d'un capital donné; ſi l'on ne le connoît pas, on le cherche d'après le principe donné. Cela poſé: ſi l'on cherche les intérêts pour an & mois, on prendra 12 mois pour premier terme de la proportion; l'intérêt qu'on aura trouvé pour l'an, ſera le ſecond terme; & pour troiſième terme, on aura les ans & mois réduits en mois. Le quatrième terme qu'on trouvera ſera l'intérêt qu'on cherche. Si l'on cherche l'intérêt pour les jours, le premier terme ſera 360 jours (*); le reſte comme ci-deſſus, excepté que pour le troiſième terme, les ans & mois ſeront réduits en jours.

QUESTION 1.

Cherchez les intérêts de 6000 liv. pour 1 an, au 4 pour 100.

Dites: ſi 100 liv. cap.: 4 liv. int. :: 6000 liv. cap. : $x = 240$ int.

QUESTION 2.

Cherchez l'intérêt pour 1 an & 7 mois du même capital, qui donne 240 liv. d'intérêt.

Dites: ſi 12 mois donnent 240 liv., combien 19 mois ? : $x = 380$ liv.

Après avoir multiplié & diviſé, vous trouverez que 19 mois, ou bien 1 an & 7 mois, donneront 380 liv. d'intérêt.

(*) Pour les intérêts, tous les mois de l'année ſont comptés pour 30 jours.

QUESTION 3.

QUESTION 3.

Cherchez l'intérêt d'un jour, toujours du même capital, qui donne 240 liv. par an.

Dites: si 360 jours donnent 240^{liv}, combien 1 jour? : $x = 13$ f. 4 d.

Multipliez & diviſez, vous trouverez que l'intérêt d'un jour ſera 13 ſols 4 den.

OBSERVATION.

La première manière eſt quelquefois préférable à la ſeconde, quoique celle-ci n'exige qu'une ſeule opération: au reſte, l'une & l'autre ſont très-belles.

AVERTISSEMENT.

Il y a deux manières de s'exprimer rélativement à la collocation de l'argent. Les uns diſent: donner de l'argent à tant pour 100, comme au 5 pour 100; au 4 pour 100, &c. D'autres diſent: placer de l'argent au denier 20, au denier 25, &c.

Le réſultat eſt toujours le même; il n'y a de différence que dans l'opération. Donner de l'argent à intérêt au denier 20, par exemple, c'eſt retirer une livre de profit ſur 20 livres au bout de l'an: par conſéquent, ſi l'on vouloit retirer l'intérêt d'une plus grande ſomme, comme de 600 liv., on diroit par régle de trois:

Si 20 liv. donnent 1 liv., combien 600 liv.? : $x = 30$ liv.

On trouve 30 liv. pour quatrième terme, comme l'on voit. Si l'on vouloit ſavoir à combien pour 100 l'intérêt au denier 20 doit ſe monter, on diviſeroit 100 par 20, & on trouveroit 5 d'intérêt. En effet, 20 : 1 :: 100 : $x = 5$; & pour faire ſentir encore que donner de l'argent à intérêt au denier 20, c'eſt la même choſe que de placer ſon argent au 5 pour cent; vous direz, opérant ſur la même queſtion:

Si 100 liv. donnent 5 liv., combien 600 liv.? : = 30 liv.

5

30|00.

Trouvant le même réſultat 30, on peut conclure qu'il n'y a de différence que dans l'expreſſion & la manière d'opérer. En général, pour connoître combien ce ſera d'intérêt pour 100, à tel denier que la ſomme ſoit placée : diviſez toujours 100 par le denier principal, auquel on veut faire la collocation ; le quotient indiquera à combien pour 100 d'intérêt l'argent ſera placé. Tout comme ſi vous voulez connoître à quel denier votre collocation ſera faite, en connoiſſant l'intérêt pour 100, vous n'aurez qu'à diviſer encore 100 par l'intérêt ; le quotient vous donnera le denier.

Tout ceci s'éclaircira par les exemples.

QUESTION 1.

Une ſomme étant placée au denier 50, à quel intérêt pour cent eſt-elle placée ? Elle eſt placée au 2 pour cent d'intérêt.

Diviſez 100 par 50, le quotient 2 vous exprimera qu'elle eſt placée au 2 pour cent.

100 | 50
= | 2. au 2 pour 100 d'intérêt.

QUESTION 2.

Une ſomme étant placée au 2 pour 100 d'intérêt, à quel denier eſt-elle placée ? Elle eſt placée au denier 50.

Diviſez 100 par 2, ci . . 100 | 2
= | 50. au denier 50.

Les régles de trois que je vais faire ſur les deux opérations précédentes, éclairciront de plus en plus cette matière vraiment difficile, quand on n'eſt pas accoutumé à cette manière de s'énoncer.

Première régle.

denier principal, intérêt, capital, intérêt.
Si 50 donne 1, combien donnera 100 ? : x = 2.

Multipliez 100 par 1, vous aurez 100 : diviſez enſuite 100 par 50, vous aurez 2 pour l'intérêt.

Seconde règle.

intérêt capital intérêt denier principal.
Si 2 vient de 100, d'où viendra 1 ? = Il viendra de 50.

Multipliez 100 par 1, vous aurez 100 : diviſez enſuite 100 par 2, vous aurez 50 pour denier principal.

On voit par-là que le nombre 100 ſe trouve toujours diviſé ou par le denier, ou par l'intérêt, & qu'ainſi il eſt très-aiſé de connoître l'inverſe de ces queſtions; c'eſt-à-dire pourquoi, connoiſſant l'intérêt à tant pour 100, on connoît le denier; & pourquoi, connoiſſant le denier, on connoît l'intérêt.

Qu'on ne perde pas de vue que placer ſon argent au denier 20 par exemple, c'eſt gagner 1 ſur 20; au denier 30, c'eſt gagner 1 ſur 30 : ainſi des autres ſuppoſitions.

On diſtingue le denier principal du denier de rente : le denier principal c'eſt le capital ou la ſomme qu'on place; le denier de rente c'eſt l'intérêt ou la rente.

Tableau des deniers, pour connoître le taux de l'intérêt. (*)

Une ſomme placée à tel denier.	Connoître à combien pour cent d'intérêt elle eſt placée.
Au denier 25	placée à 4 pour $\frac{0}{0}$.
Au denier 20	à 5 pour $\frac{0}{0}$.
Au denier 30	à $3\frac{1}{3}$ pour $\frac{0}{0}$.
Au denier 40	à $2\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$.
Au denier 50	à 2 pour $\frac{0}{0}$.
Au denier 10	à 10 pour $\frac{0}{0}$.
Au denier 16	à $6\frac{1}{4}$ pour $\frac{0}{0}$.
Au denier 100	à 1 pour $\frac{0}{0}$.
Au denier 1	à 100 p. 100.

(*) Diviſez toujours le nombre 100 par le denier, le quotient vous donnera le taux de l'intérêt.

Tableau des intérêts à tant pour cent, pour connoître le denier. (*)

Une ſomme placée à tant d'intérêt p. ℅.	Connoître à quel denier elle eſt placée.
Au 4 p. ℅ d'intérêt.	au denier 25.
Au 5 p. ℅.	au denier 20.
Au 3 ½ p. ℅.	au denier 28 4/7.
Au 3 p. ℅.	au denier 33 1/3.
Au 3 ⅓ p. ℅.	au denier 30.
Au 2 p. ℅.	au denier 50.
Au 6 p. ℅.	au denier 16 2/3.
Au 10 p. ℅.	au denier 10.

J'ai cru devoir parler de cette manière de s'exprimer pour la collocation des capitaux, attendu que dans certaines provinces de France elle eſt fort uſitée.

Seconde régle pour les rachats de rente par le denier.

QUESTION GÉNÉRALE.

Jean paye 66 liv. 13 ſ. 4 d. de rente par an, voulant faire le rachat, on demande combien il faudra payer pour le principal de la rente, le rachat ſe faiſant au denier 18?

Dites: ſi 1 int.: 18 cap., combien 66^{tt} 13 ſ. 4 d. int.? := 1200^{tt} cap.

On n'a qu'à multiplier les termes moyens, on trouvera 1200^{tt} pour le capital que Jean doit rembourſer.

PRINCIPE GÉNÉRAL.

À quelque denier que ſe faſſe le rachat, on obſervera le principe ſuivant: 1 ſera le premier terme de la proportion; le capital rélatif à ce denier ſera le ſecond terme; le troiſième terme ſera l'intérêt qu'on paye, & le quatrième ſera le capital qu'on cherche.

(*) Diviſez toujours le nombre 100 par l'intérêt, le quotient donnera le denier.

Régle pour tirer le ſol pour livre, ou tel nombre de deniers que l'on voudra.

Cette régle eſt néceſſaire pour les receveurs de deniers publics, pour les collecteurs, contrôleurs, proviſionnaires, courtiers, &c.: elle eſt fondée ſur le même principe que les autres régles de trois directes; il n'y a qu'à bien choiſir ſon premier terme.

QUESTION 1.

Quels ſeront les 6 deniers pour livre, ſur la ſomme de 4520 liv.? Dites: ſi ſur 1^tt on gagne 6 d., comb. ſur 4520^tt?: x = 27120 d. = 113^tt.

Multipliez 4520 liv. par 6 deniers, vous trouverez 27120 deniers pour les 6 den. pour livre ſur la ſomme de 4520 liv.: réduiſez enſuite vos deniers en livres, vous aurez 113 liv. pour même valeur.

D'après la conſtruction de cette régle, on voit que le terme hétérogène 6 den. eſt au milieu: ſi on le mettoit pour premier terme, on ne trouveroit jamais ſon compte. On doit y prendre bien garde.

QUESTION 2.

Thomas, collecteur de la paroiſſe de St. Martin, doit faire le recouvrement de la ſomme de 29600 liv., moyennant le prix d'un ſol, 8 den. par livre: on demande combien gagnera Thomas en faiſant cette collecte?

Dites: ſi 1 l. donne 1 ſ. 8 d., combien 29600^tt?: x = 2466 l. 13 ſ. 4 d.

× par 1 ſ. 8 d.		
29600	0	pour 1 ſol.
14800	0	pour 6 den.
4933	4	pour 2 den.
Valeur en ſols = 49331 3 ſ.	4 d.	
Valeur en liv. = 2466^tt 13 ſ.	4 d.	gain de Thomas.

Pour faire ces opérations, on n'a beſoin que de multiplier les termes moyens, parceque le premier terme eſt l'unité.

QUESTION 3.

Quel ſera le contrôle de la ſomme de 2452 liv. à raiſon de 10 deniers par livre? Dites:

Si 1 liv. donne 10 den., combien 2452 liv.? : x = 102 liv. 3 ſ. 4 d.

Multipliez 2452 par 10 den. & réduiſez le produit en livres, vous trouverez que le contrôle ſe portera à la ſomme de 102 liv. 3 ſ. 4 d.

QUESTION 4.

Le ſouverain faiſant remiſe de 1 ſ. 3 d. par livre ſur la ſomme de 100000 liv. dont il faut faire le recouvrement; on demande le montant de la remiſe & du net pour le ſouverain?

PROPORTION.

Dites: ſi 1 l. donne 1 ſ. 3 d. combien 100000 l.? : x=6250 l. de remiſe.

Multipliez ſeulement les termes moyens, vous trouverez pour valeur en livres 6250 l. de remiſe.

De la ſomme principale . .	100000 liv.
Tirez la remiſe	..6250
Reſtera net pour le ſouverain .	93750 liv.

Régle pour les lods.

Les lods (*) varient beaucoup & prennent leurs variations des uſages des pays. Cependant le principe pour les tirer eſt le même. Si les lods ſont au 8, 9, 10 &c. pour cent, on formera la proportion, en diſant: Si ſur 100 on doit payer 10, par exemple, combien payera-t-on ſur telle ſomme, comme ſur 2000? On traitera cette régle par le principe des régles de trois directes & de $\frac{o}{o}$.

(*) Lods, droit ſeigneurial qu'on paye au ſeigneur quand on achete un héritage &c. dans la cenſive.

QUESTION 5.

Quel ſera le montant des lods ſur la ſomme de 4528 écus, au 10 pour $\frac{0}{0}$? Il ſera 452 écus, 16 baches.

Dites : ſi ſur 100 éc. on paye 10, combien ſur 4528 é.? : x = 452 é. 16 b.

par 10

4521|80 éc.

par 20

16|00.

NOTA. Lorſque le taux des lods eſt au 10 p. $\frac{0}{0}$, pour abréger l'opération, il n'y a qu'à retrancher le dernier chifre de la ſomme principale ; ce qui reſte à gauche, eſt le montant des lods. Quant au chifre retranché, s'il exprime des écus ou livres, on le double pour avoir des baches ou des ſols.

EXEMPLE.

Joſeph a acheté une terre pour la ſomme de 36423 écus; quel ſera le montant des lods au 10 p. $\frac{0}{0}$?

De la ſomme principale retranchez le dernier chifre, & doublez ce chifre retranché qui exprimera des baches, vous aurez pour montant des lods 3642 écus, 6 baches.

Ci : 3642|3 écus = 3642 écus, 6 baches; montant des lods.

QUESTION 2.

On a acheté une maiſon pour la ſomme de 8000 liv., quel ſera le montant des lods, le taux étant au 12 pour $\frac{0}{0}$?

Dites : ſi ſur 100 l. on paye 12 combien ſur 8000^{tt}? : x = 960 l. pour les lods.

× 12

960|00.

On appliquera le même principe pour toutes les queſtions de ce genre, & pour tous les cens, à quel taux ſimple qu'ils puiſſent être.

QUESTION 3.

Quel ſera le montant des lods ſur la ſomme de 354 liv. 16 ſ. au $4\frac{1}{4}$ pour $\frac{0}{0}$? Il ſera de 15 liv. 1 ſ. 6 d. $\frac{24}{25}$.

Dites : ſi ſur 100 l. on paye $4\frac{1}{4}$, combien ſur 354 liv. 16 ſ.? : $x =$

Multipliez les termes moyens 354 liv. 16 ſ. par $4\frac{1}{4}$, vous aurez 1507 liv. 18 ſ. Diviſez ce produit par le premier terme 100, vous trouverez pour montant des lods, 15 liv. 1 ſ. 6 d. $\frac{24}{25}$.

NOTA. Si le taux des lods eſt repréſenté par deux fractions, alors il faut réduire les deux fractions en une ſeule: cela fait, on multipliera la ſomme totale par le numérateur de la fraction, & on diviſera le produit par le dénominateur, le quotient exprimera le montant des lods.

QUESTION 4.

Quel ſera le montant des lods ſur la ſomme de 600 liv., le taux étant au $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{15}$?

SOLUTION.

Réduiſez ces deux fractions, vous trouverez qu'elles ſe réduiſent au $\frac{2}{5}$, car elles égalent $\frac{15}{45}$ $\frac{3}{45} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$: cela poſé, multipliez 600 par 2, vous aurez 1200: diviſez à préſent ce produit par 5, vous aurez 240 liv. pour montant des lods.

Notez que, lorſque le taux eſt au $\frac{1}{5}$, on peut abréger l'opération: il n'y a qu'à multiplier par 4 la ſomme principale, & retrancher enſuite le dernier chifre du produit; ce qui eſt à gauche exprime le montant des lods.

EXEMPLE.

Somme principale = 600 liv. = 240 liv. pour les lods.

$$\begin{array}{r} \times \quad 4 \\ \hline 240|0 \end{array}$$

On

On voit par cet exemple qu'on trouve le même réſultat que ci-deſſus.

Dans la multiplication des fractions, pag. 143, j'ai donné la raiſon de ces opérations : les principes que j'y ai établis ſont néceſſaires pour tirer tout-à-coup le montant d'une ſomme indiquée par pluſieurs fractions : on doit les examiner de tems à autre.

QUESTION 5.

Quel ſera le montant des lods ſur la ſomme de 1000 écus, le taux étant au $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{10}$?

Réduiſez ces deux fractions, vous aurez $\frac{13}{30}$; cela poſé, multipliez 1000 écus par 13, vous aurez 13000 écus ; diviſez ce produit par 30, vous aurez pour le montant des lods = 433 écus, 6 bach. 2 cr. 8 d. Pour preuve, diviſez le montant des lods par le taux, vous retrouverez la ſomme principale :

ci . . $\frac{433 \text{ éc. } 6 \text{ bac. } 2 \text{ cr. } 8 \text{ d.}}{1} \div \frac{13}{30} = \frac{13000}{13} =$ 1000 écus.

La diviſion étant fractionnaire, voyez le principe, pag. 148.

Régle pour établir ſa dépenſe.

QUESTION 1.

Jean a à dépenſer 3000 liv. par an, combien peut-il dépenſer par jour ?

Après avoir réduit l'année en jours, dites par régle de trois directe : Si dans 365 jours Jean peut dépenſer 3000^{liv}, combien dans 1 jour ? : $x =$

Multipliez les termes moyens, vous aurez toujours pour produit 3000 liv. ; diviſez ce produit par 365 jours, vous trouverez au quatrième terme 8 liv. 4 ſ. 4 d. $\frac{220}{365}$ pour dépenſe par jour.

QUESTION 2.

Joſeph dépenſe 2 liv. 10 ſ. par jour, combien dépenſe-t-il par an ?

Dites : ſi dans 1 jour Joſeph dépenſe 2^liv 10 ſ., combien dans 365 j.? : x = Multipliez tout ſimplement 365 par 2 liv. 10 ſ., vous trouverez pour dépenſe par an 912 liv. 10 ſ.

NOTA. En bien plaçant ſes termes, on fera toute régle de ce genre.

RÉGLES DE TROIS PAR FRACTIONS.

Pour faire ces opérations, il faut bien ſe rappeller de ce que nous avons dit de la multiplication & de la diviſion des fractions, & de la valeur des ſignes fractionnaires, pag. 12.

QUESTION I.

Pour faire une robe, il a fallu 8 aunes $\frac{1}{2}$ d'une étoffe de $\frac{2}{3}$ de large; combien faudroit-il d'aunes d'une autre étoffe de $\frac{3}{4}$ de large ?

Ici, la régle eſt *inverſe*, parce que aux $\frac{3}{4}$ il en faudra moins: dès-lors, la proportion formée, multipliant les deux premiers termes & diviſant pour le troiſième, vous aurez

ci . . $\frac{2}{3}$ de large : 8 aune $\frac{1}{2}$: : $\frac{3}{4}$ de large : x = 7 aunes $\frac{2}{3}$.

OPÉRATION.

Multipliez les deux premiers termes, après avoir réduit en moitiés les 8 aunes $\frac{1}{2}$, vous aurez dès-lors à multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{17}{2}$ = : $\frac{34}{6}$: diviſez enſuite ce produit par $\frac{3}{4}$, vous trouverez pour quotient $\frac{136}{18}$; & tirant les entiers par la diviſion, vous aurez 7 aunes $\frac{2}{3}$, qu'il faudra pour faire la robe avec une étoffe de $\frac{3}{4}$ de large. Pour preuve, multipliez les deux premiers termes $\frac{2}{3}$ par 8 aunes $\frac{1}{2}$ ou bien $\frac{2}{3}$ par $\frac{17}{2}$, vous aurez $\frac{34}{6}$ ou 5 $\frac{2}{3}$. Multipliez auſſi les deux derniers termes $\frac{3}{4}$ par 7 $\frac{2}{3}$, ou $\frac{3}{4}$ par $\frac{68}{9}$, vous aurez $\frac{204}{36}$ ou 5 $\frac{2}{3}$: les produits ſe trouvent égaux; donc l'opération eſt juſte.

NOTA. Ces opérations paroiſſent difficiles; mais ſi l'on s'attache à bien connoître la multiplication & la diviſion des fractions avec la valeur des ſignes, ces opérations, je le répéte, ſont peu de choſe, puiſque toute la pratique ſe réduit à des multiplications & diviſions ſimples.

QUESTION 2.

10 aun. $\frac{2}{3}$ de drap ont coûtés 142 éc., combien coûteront 4 aun. $\frac{1}{2}$? : x =

Proportion directe.

Ici la régle étant directe, multipliez les termes moyens, vous aurez 142 écus à multiplier par $4\frac{1}{2}$ ou bien $\frac{142}{1} \times \frac{9}{2} = \frac{1278}{2}$: diviſez enſuite ce produit par $10\frac{2}{3}$, vous aurez, après avoir réduit ce diviſeur en tiers, $\frac{1278}{2} \div \frac{32}{3} = \frac{3834}{64}$; & en tirant les entiers par la diviſion, vous trouverez au quatrième terme 59 écus, 18 baches, 6 den. pour valeur de 4 aunes $\frac{1}{2}$. Et en dernière analyſe on peut dire :

ci.. ſi 10 aunes $\frac{2}{3}$ coûtent 142 éc., 4 aun. $\frac{1}{2}$ coûteront 59 éc. 18 b. 6 d.

Pour faire la preuve, il faut que le produit des extrêmes égale celui des moyens : en effet, multipliez 59 écus, 18 bach. 6 den. par $10\frac{2}{3}$, vous aurez 639, tout comme en multipliant 142 par $4\frac{1}{2}$.

On peut encore réſoudre cette queſtion par un autre principe bien ſimple : 1°. on cherchera le prix de l'aune ſur la valeur de 10 aunes, par une diviſion complexe : 2°. ayant le prix de l'aune, on cherchera le prix de 4 aunes $\frac{1}{2}$, par la multiplication auſſi complexe. L'une & l'autre manière d'opérer ſont très-belles. Ceux qui connoiſſent les fractions, préférent la première.

Des régles de trois compoſées de cinq, de ſept termes, &c. ou régles conjointes.

Dans cette régle il y a toujours cinq termes connus, par le moyen deſquels on trouve le ſixième : elle s'appelle régle de cinq, s'il n'y a que cinq termes ; régle de ſept, s'il y en a ſept &c. ; elle s'appelle compoſée ou double, parce qu'elle renferme en elle-même deux régles de trois.

Dans la régle de cinq, entre les termes propoſés, il y en a deux qui tiennent le premier rang, & qui déſignent ordinairement des perſonnes ; on les appelle *principaux* : il y en a deux autres, qui ſignifient certaines circonſtances, comme des jours &c. ; on les appelle *acceſſoires*. Enfin, le terme qui parmi les autres n'a pas de ſemblable, s'ap-

pelle *hétérogène*. Par exemple, si l'on disoit: 36 hommes en 6 jours ont fait 90 toises d'un certain ouvrage, comme de maçonnerie ou de tranchée &c. combien 30 hommes en 12 jours feroient-ils de toises du même ouvrage?

Pour résoudre cette question & autres semblables, on se sert d'une double régle de trois simple. 1°. Sans faire attention aux termes accessoires, on prend les deux termes principaux avec le terme hétérogène, qu'on arrange selon les principes de la régle de trois; &, selon que l'état de la question la rend directe ou inverse, on cherche le quatrième terme proportionnel. 2°. Sans faire attention aux termes principaux, on prend les deux termes accessoires avec le terme qu'on a trouvé par l'opération précédente, & ce même terme dans l'opération suivante deviendra terme moyen.

On dira donc, pour la première opération:

Si 36 hom. ont fait 90 toif. dans un certain tems, comb. en feront 30 h. dans le même tems?

Après avoir multiplié les termes moyens & divisé le produit par le premier terme, parce que la régle est directe, on trouve au quatrième terme 75 toises, que les 30 hommes feroient dans le même tems.

2de OPÉRATION.

Actuellement, sans faire attention aux termes principaux, vous prenez les accessoires avec les 75 toises, & vous dites:

Si dans 6 jours on a fait 75 toises, combien en fera-t-on dans 12 jours?: $x = 150$ t.

La régle étant encore directe, après avoir multiplié les termes moyens, & divisé le produit par le premier terme, on trouve au quatrième terme 150 toises qu'on feroit dans 12 jours, & en résumant tout le problême, on aura:

Si 36 hommes en 6 jours ont fait 90 toises, 30 hommes en 12 jours en feront 150 toif.

QUESTION 2.

12 hommes en 20 jours ont fauché 60 arpens de pré, en combien de jours 30 hommes faucheront-ils 545 arpens? Ils les faucheront dans 72 jours 16 heures.

1re OPÉRATION. *Par régle inverſe.*

Pour réſoudre cette queſtion, je prends les termes principaux 12 & 30 hommes, avec le terme hétérogène 20 jours, & je dis:

ci . . ſi 12 hommes : 20 jours :: 30 hommes : $x = 8$ jours.

Après avoir multiplié les deux premiers termes qui donnent 240 & diviſé le produit par le troiſième, on trouve 8 jours au quatrième terme, c'eſt-à-dire, que ſi 12 hommes ont fauché un certain nombre d'arpens en 20 jours, 30 hommes feroient le même ouvrage en 8 jours.

2de OPÉRATION. *Par régle directe.*

Actuellement, ſans faire attention aux hommes, prenant les termes acceſſoires 60 arpens & 545 arpens avec le terme 8 jours déja trouvé, vous dites:

Si 60 arpens ont été fauchés dans 8 jours, 545 arpens dans combien? : $x = 72$ jours $\frac{2}{3}$.

Après avoir multiplié les termes moyens qui donnent 4360, & diviſé ce produit par le premier terme, on trouve au quatrième terme 72 jours $\frac{2}{3}$ ou 72 jours 16 heures. C'eſt-à-dire, que ſi l'on fauche 60 arpens dans 8 jours, on en fauchera 545 arpens dans 72 jours 16 heures; & en dernière analyſe, 30 hommes dans 72 jours 16 heures faucheront 545 arpens de pré.

OBSERVATION.

Pour bien traiter ces régles, on doit bien examiner ſi elles ſont directes ou inverſes. Les principes des régles de trois ſimples font acquérir cette connoiſſance.

Méthode pour traiter par une ſeule régle de trois, les régles conjointes ou celles qui ſont doubles ou à cinq termes.

EXEMPLE I.

36 hommes en 6 jours ont fait 90 toiſes d'ouvrage, combien 30 hommes en 12 jours feront-ils de toiſes du même ouvrage?

Rép. Ils en feront 150 toiſes.

OPÉRATION.

La régle étant directe comme nous l'avons déja vû dans la première queſtion précédente, il faut multiplier les trois derniers nombres 90, 30, & 12, l'un par l'autre, vous aurez au produit 32400: en effet, 90 par 30 = 2700 par 12 = 32400. Il faut auſſi multiplier les deux premiers termes l'un par l'autre, ſavoir 36 par 6; ce qui donne pour produit 216; ce nombre ſera le diviſeur: effectuant la diviſion de 32400 par 216, on trouvera 150 toiſes, comme dans la queſtion première des régles de trois doubles.

Ainſi 30 hommes en 12 jours feront 150 toiſes du même ouvrage. Pour preuve, faites une autre queſtion, & feignant d'ignorer combien 36 hommes feront de toiſes dans 6 jours, dites par une autre régle de trois double :

30 hommes en 12 jours font 150 toiſes, 36 hommes, en 6 jours, combien en feront-ils? : x = 90 toiſes.

OPÉRATION.

Multipliez les trois derniers termes continuement l'un par l'autre 150, 36 & 6, vous aurez 32400: en effet, 150 par 36 = 5400 par 6 = 32400: multipliez auſſi les deux premiers termes 30 par 12, vous aurez 360. Diviſez 32400 par 360, vous aurez 90 toiſes, comme ci-devant.

EXEMPLE II.

12 hommes en 20 jours ont fauché 60 arpens de pré; en combien de jours x 30 hommes faucheront-ils 545 arpens ?

OPÉRATION.

La régle étant ici compoſée d'une régle de trois inverſe & d'une directe, comme on l'a vû dans la queſtion 2 précédente, il faut multiplier le premier, le ſecond & le ſixième termes l'un par l'autre, ſavoir 12, 20 & 545, vous aurez pour produit 130800; ce nombre

ſera le dividende. Multipliez enſuite le troiſième par le cinquième, ſavoir 60 par 30, vous aurez 1800 pour produit; ce nombre ſera le diviſeur. Effectuant la diviſion de 130800 par 1800, vous trouverez au quotient 72 jours $\frac{2}{3}$ ou 72 jours 16 heures, que les 30 hommes doivent employer pour faucher 545 arpens.

En effectuant la diviſion, on trouve la fraction $\frac{1200}{1800}$; or cette fraction ne vaut que $\frac{2}{3}$, car elle égale $\frac{12}{18}\frac{00}{00} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

NOTA. La lettre x tient la place d'un terme: au reſte, ces problêmes ſe ſervent de preuve les uns par les autres, comme on le voit par la ſolution des queſtions précédentes.

RÉGLE DE 7.

40 hommes ont fait 10 toiſes d'ouvrage en 25 jours, en travaillant 12 heures par jour; en combien des jours 50 hommes, travaillant 15 heures par jour, feront-ils le même ouvrage? 2°. en combien de jours les mêmes hommes feront-ils 200 toiſes du même ouvrage?

SOLUTION.

Cette régle de ſept, puiſqu'il y a ſept termes, préſente tout-à-coup une grande difficulté: mais ſi l'on y fait bien attention, on verra que ſi l'on multiplie le nombre des hommes par les heures reſpectives qui les comptent, on réduit cette régle de ſept à deux régles de trois, qui ne préſentent plus la même difficulté: en effet, pour la première régle *inverſe* on aura

ci . . $40^{\text{hommes}} \times 12^{\text{heures}} : 25^{\text{jours}} :: 50^{\text{hommes}} \times 15^{\text{heures}} : x = 16^{\text{jours}}$.

ou bien, $480^{\text{hommes}} : 25^{\text{jours}} :: 750^{\text{hommes}} : x = 16^{\text{jours}}$.

C'eſt-à-dire, que ſi 40 hommes en 25 jours, travaillant 12 heures par jour, ont fait un certain ouvrage, comme 10 toiſes; 50 hommes travaillant 15 heures par jour, feront ces mêmes 10 toiſes dans 16 jours.

Actuellement, pour trouver en combien de tems les mêmes hommes feront 200 toiſes, opérant par régle directe, je prends le terme 16 trouvé dans l'opération précédente, pour en faire le ſecond terme de la nouvelle proportion, en diſant :

10 toiſes : 16 jours : : 200 toiſes : x = 320 jours.

C'eſt-à-dire, que ſi 50 hommes, travaillant 15 heures par jour, ont fait 10 toiſes d'ouvrage dans 16 jours, ces mêmes hommes en feront 200 toiſes en 320 jours, en travaillant encore 15 heures par jour.

NOTA. On comprend aſſez pourquoi on multiplie le nombre des hommes par le nombre des heures pour n'en faire qu'un ſeul terme. En effet, 40 hommes travaillant pendant 12 heures, ſont comme 480 hommes, travaillant pendant une heure : tout comme 50 hommes travaillant pendant 15 heures, ſont comme 750 hommes travaillant auſſi pendant une heure ; il n'eſt donc pas ſurprenant que cette régle de ſept & autres ſemblables ſe réduiſent à des régles de trois compoſées, qu'il eſt bien plus facile de réſoudre.

Ces régles de cinq & de ſept ſont très-utiles aux entrepreneurs, à ceux qui font faire des ouvrages à prix fait, aux généraux d'armées, &c. &c.

Fin de la troiſième Partie.

QUATRIEME

QUATRIEME PARTIE.

DE LA RÉGLE DE COMPAGNIE.

LA Régle de Compagnie eſt celle qui nous enſeigne la manière de diviſer une ſomme en parties proportionnelles à pluſieurs nombres donnés, qu'on appelle *miſes particulières.*

Cette régle eſt ſimple ou compoſée : elle eſt ſimple, quand on n'a que les miſes particulières avec la ſomme à partager : elle eſt compoſée, lorſqu'outre les miſes particulières, on a d'autres termes qui ſignifient différens tems.

PRINCIPE.

Pour réſoudre une queſtion par la régle de compagnie ſimple, additionnez 1°. les miſes particuliéres; 2°. réitérez la régle de trois ſimple *directe* autant de fois qu'il y a de miſes particulières.

Dans chaque opération, la ſomme des miſes particulières doit être le premier terme de la proportion; la ſomme à diviſer doit être le ſecond terme, & les miſes particulières ſeront ſucceſſivement le troiſième terme.

QUESTION I.

Ambroiſe, Joſeph & Pierre ayant fait ſociété, ont mis à la loterie, ſavoir : le premier 6 liv., le ſecond 8 liv., le troiſième 10 liv., ayant gagné 300 liv., on demande quelle ſera la part du gain pour chacun?

Additionnez 1°. les miſes 6 liv. + 8 liv. + 10 liv., vous aurez 24 l.; 2°. ſervez-vous enſuite de la régle de trois directe, ainſi qu'il ſuit :

PROPORTION.

Mise totale.		Gain total.		Mise particulière.		Gain particulier.	
24 tt	:	300 tt	: :	6 tt	:	75 tt	pour Ambroise.
24	:	300	: :	8	:	100	pour Joseph.
24	:	300	: :	10	:	125	pour Pierre.
						300 tt	pour la preuve.

Dans cette question il y a trois mises particulières : aussi doit-on faire trois régles de trois, une pour chaque co-portionnaire, afin de trouver son gain respectif. Cherchant donc la portion d'Ambroise, dites : si 24 l. gagnent 300 l. que gagneront 6 l. mise d'Ambroise? : $x = 75$. Ayant opéré par régle de trois directe, on trouve qu'il revient à Ambroise 75 liv. On fera de même pour les deux autres, & on trouve que Joseph doit avoir 100 liv. & Pierre 125 liv.

Cette explication servira pour toutes les questions qui suivront.

De la preuve.

Pour la preuve, on additionne les gains particuliers : si la somme redonne le gain total ou la somme à partager, l'opération est bonne; car toutes les parties d'un tout prises ensemble, doivent être égales au tout.

Ces régles sont toujours directes. Qu'on ne perde pas de vue qu'il faut faire autant de régles de trois qu'il y a de co-portionnaires.

QUESTION 2.

Pierre & Paul ont fait un fonds pour acheter du bled : le premier a mis 2200 écus; le second 800 écus : ayant gagné 6000 écus, on demande quelle est la part de chacun ? Ajoutez les mises, vous aurez 3000 écus : formez vos proportions, vous aurez

ci .. 3000 éc.	: 6000 éc.	: : 2200 éc.	: $x = 4400$ éc.	pour Pierre.
3000	: 6000	: : 800	: $x = 1600$	pour Paul.
			6000 éc.	Preuve.

NOTA. Lorſqu'il ſe trouve des zéros au premier terme de la régle de trois, ainſi qu'au produit de deux termes moyens; alors pour abréger l'opération, on retranche autant de zéros d'un côté que de l'autre, & l'on diviſe le reſte par le reſte; le quotient ſera le même que ſi l'on diviſoit le tout par le tout; comme on peut s'en convaincre par la démonſtration & opération de la même régle. Nous avons parlé de cette manière d'abréger les diviſions, à l'article des diviſions abrégées, pag. 60.

QUESTION 3.

Trois *ermaillis* (*) ſe ſont aſſociés pendant un été, & ont fourni, le premier 10 vaches, valeur eſtimée 22 louis-d'or; le ſecond a avancé pour loyer des montagnes 64 louis-d'or; le troiſième a fourni chaudières, chaudrons, mains d'œuvre pour faire les fromages, cheval pour le tranſport desdits & autres choſes, le tout eſtimé 10 louis-d'or. Ces ermaillis ayant gagné 30 louis-d'or, on demande de faire le partage.

SOLUTION.

Additionnez toujours les miſes 22 l. + 64 l. + 10 l. font 96 louis: formez votre proportion & opérez, toujours d'après les principes donnés:

	gain total.			gain particulier.		
ci..	96 louis	: 30 :: 22 louis	: $x =$	6 louis, 7 éc.		pour le premier.
	96	: 30 :: 64	: $x =$	20	0	pour le ſecond.
	96	: 30 :: 10	: $x =$	3	1	pour le troiſième.
				30 louis.		Preuve.

C'eſt dans ces grandes opérations, qu'il faut faire uſage du principe que nous avons donné pag. 64, pour abréger les diviſions & multiplications, en réduiſant les termes à la plus petite eſpèce: par

(*) On appelle *ermaillis*, ceux qui travaillent en chef à la fabrique des fromages dits de Gruyère. Communément on ſe ſert du mot impropre *fruitiers* pour les déſigner.

exemple, dans la première proportion, vous pouvez réduire le premier & troiſième terme 96 & 22 à l'expreſſion la plus ſimple, qui eſt 48 d'un côté & 11 de l'autre. Dès-lors au lieu de la première proportion $96 : 30 :: 22 : x = 6$ louis, 7 écus, vous aurez la nouvelle, $48 : 30 :: 11 : x = 6$ louis, 7 écus, & vous trouvez le même réſultat par une opération plus aiſée: par la même raiſon, dans la ſeconde proportion, les nombres 96 & 64 ſe réduiſant à 3 d'un côté & à 2 de l'autre, au lieu de la proportion, $96 : 30 :: 64 : x = 20$ louis, on auroit 3 louis : 30 :: 2 louis : $x = 20$ louis.

NOTA. Il ne faut jamais diminuer le gain; la choſe eſt claire.

Avertiſſement ſur les régles de trois.

S'il arrive que les miſes particulières des aſſociés ſoient compoſées de livres & ſols, n'y eut-il même que la miſe d'un aſſocié où il y eut des ſols, ainſi que dans le gain total ou dans la ſomme à partager; alors il faut tout réduire en ſols, & opérer enſuite d'après les principes donnés. S'il y a des deniers, il faut tout réduire en deniers, & opérer toujours d'après les mêmes principes. Ces opérations ſeroient très-fatiguantes: au reſte, elles ſont plus de ſpéculation que de pratique.

Régle de diſcuſſion, à réſoudre par les principes de la régle de compagnie.

QUESTION 4.

Pierre a emprunté de Paul 3000^{liv}, à 5 pour $\frac{0}{0}$.
. . . . . de Jaques 6000, à $5\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$.
. . . . . de Joſeph 2000, à $10\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$.
. . . . . de Thomas 1000, à $3\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$.

Pierre venant à mourir au bout de l'an, ne laiſſe que 3000 liv. Diſcuſſion faite de ſes biens. On demande de partager ces 3000 liv. aux quatre créanciers, à raiſon de leurs prêts proportionnels & des intérêts dûs.

1re OPÉRATION.

1°. Cherchez les intérêts rélatifs à chaque créance & selon le taux de collocation, d'après le principe établi pag. 192, sur la régle des intérêts. 2°. Ajoutez les intérêts avec la créance ou la somme prêtée, alors vous trouverez

		créance.		intérêts.		
ci . .	pour Paul,	3000tt	+	150tt	=	3150tt
	pour Jaques,	6000	+	330	=	6330
	pour Joseph,	2000	+	210	=	2210
	pour Thomas,	1000	+	.35	=	1035
	Ajoutez les quatre mises ci . .					12725tt

Les quatre mises qui forment la créance totale, étant ajoutées, formez vos proportions.

2de OPÉRATION.

Créance totale. Bien de Pierre. Créances particulières. Sommes à répéter.

Ci. $12725^{tt} : 3000^{tt} :: 3150^{tt} : x = .742^{tt}$ 12 s. 7 d. $\frac{10585}{12725}$ pour Paul.

12725 : 3000 :: 6330 : x = 1492 6 9 $\frac{1275}{12725}$ pr Jaques.

12725 : 3000 :: 2210 : x = .521 0 5 $\frac{2375}{12725}$ pt Joseph.

12725 : 3000 :: 1035 : x = .244 0 1 $\frac{11275}{12725}$ pr Thomas.

3000. 0 0 . . Preuve.

Les quatre fractions ne valent que 2 deniers.

Signification des proportions.

Si 12725 liv. créance totale, se réduisent à 3000 liv., à combien se réduiront pour Paul 3150 liv., qui est sa créance particulière? Après avoir opéré, on trouve comme il est marqué, qu'elles se réduisent à 742 liv. 12 s. 7 d.; & si l'on vouloit savoir combien Paul perd,

on ſouſtrairoit 742 liv. 12 ſ. 7 d. de ſa créance, qui eſt 3150 liv.; on trouveroit qu'il perd 2407 liv. 7 ſ. 5 d.

En effet, de	= 3150^{liv}	0 ſ.	0 d.	créance totale.
tirez	= 742	12	7	bien à pouvoir répéter.
Reſte perte	= 2407^{liv}	7 ſ.	5 d.	

On fera le même raiſonnement pour les autres créanciers.

RÉGLE DE COMPAGNIE COMPOSÉE.

Tout le monde ſait que, ſi l'on fait travailler une ſomme d'argent, par exemple 100 liv. pendant 6 ans, ou 600 liv. pendant un an, on retirera un intérêt égal. En effet, les produits qui réſultent de ces ſommes multipliées par leurs tems ſont égaux; car 100 × par 6 = 600 tout comme 1 × par 600 = 600; de-là on conclut que dans la régle de compagnie compoſée, on peut ſubſtituer aux miſes particulières & aux différens tems, leurs produits reſpectifs.

PRINCIPE.

Pour réſoudre une queſtion par la régle de compagnie compoſée, 1°. multipliez chaque miſe par ſon tems; 2°. additionnez les produits; 3°. formez vos proportions, dont le premier terme ſera toujours la ſomme des produits qui proviennent des miſes multipliées par leurs tems; pour ſecond terme vous aurez la ſomme à partager; & les produits qui réſultent des miſes particulières multipliées par leurs tems, ſeront ſucceſſivement le troiſième terme: 4°. opérez enſuite comme dans les régles de compagnie ſimples.

QUESTION GÉNÉRALE.

André, Auguſtin & Jean s'étant aſſociés, ont mis, le premier 10000 liv. pour 10 mois, le ſecond 14000 liv. pour un an & trois mois, le troiſième 16000 liv. pour 1 an 8 mois; ayant gagné 8000 l. on demande quelle ſera la part de chacun?

1re OPÉRATION.

Multipliez la miſe de chacun par ſon tems reſpectif réduit en mois, vous aurez

ci : pour André, 10000 liv. × 10 mois = 100000 liv.
pour Auguſtin, 14000 liv. × 15 mois = 210000 liv.
pour Jean, 16000 liv. × 20 mois = 320000 liv.

Ajoutez les miſes particulières, ci . . = 630000 l. miſe totale.

Les miſes étant ajoutées, formez vos proportions.

2de OPÉRATION.

Miſe totale.	Gain total.	Miſes particul.	Gain particulier.	
Ci 630000tt :	8000tt ::	100000tt : x =	1269tt 16 ſ. 9 d. $\frac{57}{63}$.	pour André.
630000 :	8000 ::	210000 : x =	2666 13 4 ..	pr Auguſtin.
630000 :	8000 ::	320000 : x =	4063 9 10 $\frac{6}{63}$.	pour Jean.
			8000tt 0 0 ..	

Les deux fractions ne valent qu'un denier. La ſignification des proportions eſt celui-ci : Si 630000 liv. produiſent 8000 liv., combien produiront à André par exemple 100000 l. ? Après avoir opéré, on trouve qu'elles lui produiſent 1269 liv. 16 ſ. 9 d. On fera le même raiſonnement pour les deux autres. Au reſte, on peut abréger beaucoup cette opération, en retranchant quatre zéros dans le dividende & le diviſeur : alors, au lieu de diviſer le produit des termes moyens par 630000, ce qui ſeroit aſſez fatiguant, on ne diviſera que par 63.

Je me ſuis contenté de mettre les opérations en proportion, & d'indiquer la réponſe au quatrième terme, parce que ceux qui arrivent juſqu'aux régles de compagnie, ſont ſenſés avoir aſſez de connoiſſances ſur les régles de trois, pour opérer par eux-mêmes. Il y a d'autres régles de compagnie, aſſez difficiles, qu'on verra dans le queſtionnaire.

DE LA RÉGLE DE FAUSSE POSITION.

La régle de fauſſe poſition eſt ainſi appellée, parce qu'elle conſiſte à mettre à la place des termes qu'on cherche, d'autres termes ſuppoſés à volonté; leſquels étant en proportion avec les inconnus, ſervent à faire connoître ces inconnus qu'on cherche.

Cette régle peut être ſimple ou compoſée: elle eſt ſimple, quand la queſtion peut ſe réſoudre par une ſeule ſuppoſition: elle eſt compoſée, lorsqu'il faut faire deux fauſſes ſuppoſitions.

PRINCIPE.

Pour trouver un ou pluſieurs nombres par la régle de fauſſe poſition ſimple, il faut 1°. prendre un nombre qu'on puiſſe augmenter par l'addition, ou partager exactement & ſans fraction par la diviſion, de manière que les ſommes qui réſultent de l'addition ou les quotiens qui viennent de la diviſion, ſoient toujours en proportion avec les termes inconnus: 2°. on ajoute toutes ces différentes ſommes ou ces différens quotiens pour former le premier terme de la proportion: 3°. on opére enſuite ſur ces nombres, d'après les principes de la régle de compagnie. Les exemples vont éclaircir les principes.

QUESTION I.

On veut partager 600 écus entre Joſeph, Jean & Nicolas, de manière que Nicolas ait quatre fois autant que Jean, & que Jean ait le double de ce qu'aura Joſeph; on demande quelle ſera la part de chacun?

SOLUTION.

1°. Suppoſez que Joſeph ait 1, Jean qui doit avoir le double de ce qu'aura Joſeph, aura 2, & Nicolas qui doit avoir quatre fois plus que Jean, aura 8. 2°. Additionnez ces nombres ſuppoſés 1 + 2 + 8, vous aurez 11. 3°. Servez-vous de la régle de trois directe, après avoir formé vos proportions, dont les termes ſeront ainſi qu'il ſuit:

le

le premier terme ſera 11, le ſecond 600 écus, & le troiſième ſera chaque nombre ſuppoſé; vous aurez dès-lors :

PROPORTIONS.

ci 11 : 600 éc. :: 1 : x = . 54 éc. 10 b. 3 c. 7 d. $\frac{7}{11}$ portion de Joſeph.
11 : 600 :: 2 : x = 109 1 3 3 $\frac{3}{11}$ portion de Jean.
11 : 600 :: 8 : x = 436 7 1 1 $\frac{1}{11}$ portion de Nicolas.

600 éc. . . . . Preuve.

Quand on a trouvé les nombres ſuppoſés, on les regarde comme des miſes particulières. Voilà pourquoi on opére comme dans les régles de compagnie.

QUESTION 2.

Trois perſonnes ont enſemble 150 ans: Louiſe a le double de l'âge de Marie, & Marie a le triple de l'âge de Joſephine; on demande l'âge de chacune?

SUPPOSITION.

Si Joſephine, qui eſt la plus jeune, a 10 ans.
Marie aura . . . . . 30 ans.
& Louiſe . . . . . 60 ans.

Ajoutez, vous aurez . . . 100 ans.

Cela ne remplit pas les conditions du problême, puiſque les trois doivent faire 150. Servez-vous, néanmoins, du nombre 100 pour venir à la découverte des âges réels, & dites par régle de proportion:

100 ans : 150 ans :: 10 ans : x = 15 ans, âge de Joſephine.
100 : 150 :: 30 : x = 45 âge de Marie.
100 : 150 :: 60 : x = 90 âge de Louiſe.

150 ans. Preuve.

QUESTION 3.

Un homme mourant ſans enfans, laiſſe 5000 liv. partageables entre l'hôpital, les pauvres de ſa paroiſſe, & André ſon ami; de manière qu'André ait la moitié de la ſomme, l'hôpital le $\frac{1}{4}$, & les pauvres le $\frac{1}{5}$: on demande quelle ſera la part de chacun?

SOLUTION.

Comme on ne peut pas prendre commodément des nombres par l'addition qui aient $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$, il faut les choiſir par la diviſion : il faut donc trouver un nombre ſuppoſé qui ait exactement moitié, quart & cinquième: le nombre 20 eſt celui-là. Diviſez donc ce nombre par 2, pour avoir la moitié; par 4, pour avoir le quart; par 5, pour avoir le cinquième; vous aurez pour quotiens $10+5+4=19$. Opérez enſuite d'après les mêmes principes, formant vos proportions, vous aurez

ci. 19 : 5000^{liv} :: 10 : $x = 2631^{\text{liv}}$ 11 ſ. 6 d. $\frac{10}{19}$ pour André.

19 : 5000 :: 5 : $x = 1315$ 15 9 $\frac{5}{19}$ pour l'hôpital.

19 : 5000 :: 4 : $x = 1052$ 12 7 $\frac{14}{19}$ pour les pauvres.

5000^{liv} . . . Preuve.

Le nombre ſuppoſé 19 eſt la ſomme des miſes ſuppoſées. Chaque troiſième terme eſt également ſuppoſé & tient lieu des miſes particulières. Le nombre 10 eſt regardé comme étant la miſe d'André &c. Vous ferez le même raiſonnement pour les deux autres co-portionnaires. Il paroît, d'après la ſolution de cette queſtion, qu'il importe de bien connoître pluſieurs nombres qui ſe diviſent exactement par les nombres fractionnaires que l'on peut ſuppoſer. Plus on en connoîtra de ces nombres, plus on ſe facilitera la ſolution des problêmes que l'on peut donner. Le nombre 20 ſe diviſe exactement par 2, 4, 5, 10; conſéquemment il a $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$. Faites le même raiſonnement pour les ſuivans. Le nombre 16 ſe diviſe par 2, 8, 4; le nombre 24, par 2, 4, 6, 8, 12: le nombre 32, par 2, 4, 8, 16 : le nombre

36, par 3, 6, 9, 12: le nombre 60, par 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12: le nombre 70, par 2, 5, 7, 10, &c.

Suite des régles de fauſſe poſition.

RÉGLE TESTAMENTAIRE.

La régle teſtamentaire ſe pratique dans la diſtribution des légats faits par un teſtateur. Comme cette régle, renfermant quelquefois des cas & circonſtances extraordinaires, ſe trouve avoir le rapport le plus rapproché avec les régles de compagnie & de fauſſe poſition, nous la ſoumettrons aux mêmes principes.

Nous diſons: *renfermant quelquefois des cas & circonſtances extraordinaires;* car, ſi dans les diviſions & partages il n'y avoit, par exemple, qu'un tiers à tirer pour les garçons & que le reſte fut diviſible entre tous également; ou qu'il n'y eût que la $\frac{1}{2}$ du bien du père à tirer pour l'aîné, & que le reſte fut diviſible auſſi également; ou enfin, ſi la queſtion retomboit dans ces cas ordinaires, comme ſi les parties de moitié ou autres conditions portées par le teſtament n'excédoient pas le tout; alors la ſimple diviſion étant ſuffiſante, on pourroit s'en tenir à ce que j'ai dit pag. 73 & 154.

QUESTION 4.

Un père, en mourant, ne laiſſe que 12 liv. partageables entre Pierre, Jean & Joſeph ſes enfans, avec cette clauſe, que Pierre aura la $\frac{1}{2}$, Jean le $\frac{1}{3}$ & Joſeph le $\frac{1}{4}$; on demande au notaire de faire ce partage?

EXPLICATION.

Le notaire doit voir que les parties portées par le teſtament excédent le tout, puiſque la moitié, le tiers & le quart donnent 13 liv., tandis que le bien du père n'eſt que de 12 liv. Comment donc faut-il opérer? Comme dans les opérations précédentes: prenez le nombre 12, qui ſe diviſe exactement par 2, pour avoir la $\frac{1}{2}$; par 3, pour avoir le $\frac{1}{4}$; & par 4, pour avoir le $\frac{1}{3}$: dès-lors vous aurez pour

quotiens 6, 3, 4. Ajoutez ces trois quotiens 6 + 3 + 4, qui font 13, & formant les proportions d'après les principes donnés, vous aurez :

PROPORTIONS.

ci.. 13 : 12^{tt} :: 6 : x = 5^{tt} 10 ſ. 9 d. $\frac{3}{13}$ portion de Pierre.
13 : 12 :: 4 : x = 3 13 10 $\frac{8}{13}$ portion de Jean.
13 : 12 :: 3 : x = 2 15 4 $\frac{8}{13}$ portion de Joſeph.

12^{tt} . . .

NOTA. Toute la difficulté dans ces régles conſiſte à trouver un nombre qui ait moitié, tiers, &c. ou telle autre fraction portée par le teſtament; cela trouvé, il n'y a plus de difficulté pour celui qui connoît la régle de trois.

On doit donc conſidérer les parties de moitié, de tiers, de quart, &c. qui excédent le tout; non pas rélativement à la ſomme léguée, mais rélativement à un nombre quelconque qui ait $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ &c. afin de pouvoir trouver le premier terme de la proportion. Mais ſi les conditions du teſtament ſont telles qu'on ne puiſſe pas trouver facilement un nombre qui ſe diviſe exactement par les parties léguées, il faudra employer le principe établi dans la queſtion ſuivante.

QUESTION 5.

On donne par teſtament 1000 liv. à 4 perſonnes, à condition que l'une aura $\frac{1}{2}$, l'autre $\frac{1}{3}$, la troiſième $\frac{1}{7}$, la quatrième $\frac{1}{9}$; quelle ſera la part de chacune ?

Comme dans cette ſuppoſition on ne trouve pas facilement un nombre qui ſe diviſe exactement par les parties données, il faut recourir aux régles, afin de trouver le premier terme, ſans quoi l'opération ne pourroit pas ſe faire. Or, pour trouver ce nombre qui ſe diviſe exactement par les parties données, il faut (comme nous l'avons expliqué aſſez au long pag. 122, article de la *Réduction* au même dénominateur,) multiplier tous les dénominateurs l'un par l'autre; le dernier produit ſera le nombre qui ſe diviſera exactement

par toutes les parties propoſées. Dans la queſtion préſente multipliez 2 par 5 = 10 par 7 = 70 par 9 = 630. Ce dernier produit 630 ſe diviſera exactement par les parties données, c'eſt-à-dire, par 2, 5, 7 & 9; & effectuant la diviſion, vous aurez

ci . 630 diviſé par 2, donne 315
. . . . . par 5, donne 126
. . . . . par 7, donne 90
. . . . . par 9, donne 70

} Ces quatre nombres doivent être régardés comme les miſes de chaque perſonne.

Ajoutez ces quotiens = 601. Miſe totale.

PROPORTIONS.

	Miſe tot.	Gain tot.	Miſe part.	Gain partiel.	
ci . .	601 :	1000l. ::	315 : x =	524 l. 2 f. 6 d.	$\frac{210}{601}$. pour la 1re perſonne.
	601 :	1000 ::	126 : x =	209 13 .	$\frac{84}{601}$. pour la ſeconde.
	601 :	1000 ::	90 : x =	149 15 .	$\frac{60}{601}$. pour la troiſième.
	601 :	1000 ::	70 : x =	116 9 5	$\frac{247}{601}$. pour la quatrième.
				1000l. . . .	Preuve.

QUESTION 6.

Auguſtin, en mourant, a laiſſé à Pierre, Thomas & André, ſes héritiers, 4524 liv., avec cette clauſe, que Pierre aura $\frac{3}{5}$, Thomas $\frac{1}{3}$, & André $\frac{3}{12}$; on demande de partager cette ſomme?

EXPLICATION.

1°. Cherchez, comme dans la queſtion précédente, un nombre qui ſe diviſe exactement par 5, par 9 & par 12: pour cela, multipliez ces nombres l'un par l'autre, vous trouverez 540; car 5 × par 9 donne 45 × par 12 = 540. Ce nombre ſera votre dividende. 2°. Prenez les $\frac{3}{5}$, les $\frac{1}{3}$ & les $\frac{3}{12}$ de 540, en diviſant ce nombre par cha-

que dénominateur de fraction & en multipliant enſuite le quotient par chaque numérateur, vous aurez

ci . . pour les $\frac{3}{5}$ 540 = 324.
pour les $\frac{4}{5}$ . . = 240.
pour les $\frac{5}{12}$ . . = 225.

Ajoutez . . . = 789.

Formez vos proportions, vous aurez ci :

789 : 4524 l. :: 324 : x = 1857 l. 15 ſ. 3 d. $\frac{333}{789}$. pour Pierre.
789 : 4524 :: 240 : x = 1376 2 5 $\frac{159}{789}$. pour Thomas.
789 : 4524 :: 225 : x = 1290 2 3 $\frac{257}{789}$. pour André.

4524 l. . . .

NOTA. La régle étant ainſi diſpoſée, l'opération eſt facile ; c'eſt comme ſi trois négocians s'étoient aſſociés, que le premier eut mis 324 liv., le ſecond 240 liv., le troiſième 225 liv., & qu'ayant gagné 4524 liv., il fallût partager cette ſomme.

Obſervez que les trois fractions de la régle ne valent qu'un denier.

QUESTION 7.

Jean faiſant teſtament, a laiſſé à ſa femme enceinte, la ſomme de 2466 liv., avec cette clauſe, que ſi elle accouche d'un garçon, l'enfant aura les $\frac{2}{3}$ de la ſomme, & la mère l'autre $\frac{1}{3}$: mais, que ſi elle accouche d'une fille, la mère aura $\frac{2}{3}$ & la fille l'autre $\frac{1}{3}$: La femme accouche d'un fils & d'une fille ; on demande au notaire de faire ce partage, en ſuivant la volonté du teſtateur ?

EXPLICATION.

Par la ſuppoſition, la part du fils étant double de celle de la mère, celle de la mère doit être auſſi double de celle de la fille. Par conſéquent, ſi l'on ſuppoſe 4 pour le fils, la mère aura 2, & la fille 1.

Leſquelles trois parties ajoutées ſont 7, & donnent le premier terme de la proportion.

PROPORTION.

ci . 7 : 2466 l. : : 4 : x = 1409 l. 2 ſ. 10 d. $\frac{3}{7}$. portion du fils.
7 : 2466 : : 2 : x = .704 11 5 $\frac{1}{7}$. portion de la mère.
7 : 2466 : : 1 : x = .352 5 8 $\frac{4}{7}$. portion de la fille.

2466 l. . . . Preuve.

QUESTION 8.

Joſeph faiſant teſtament, laiſſe à ſa femme enceinte 36000 livres, avec cette clauſe que, ſi elle accouche d'un fils, ce fils aura les $\frac{3}{4}$ de la ſomme, & la mère l'autre $\frac{1}{4}$: mais que ſi elle accouche d'une fille, la mère aura les $\frac{3}{4}$ & la fille le $\frac{1}{4}$. La mère accouche d'un fils & de deux filles: comment exécuter la volonté du teſtateur?

EXPLICATION.

Par la ſuppoſition, le fils doit avoir trois fois plus que la mère: par conſéquent, lorſque le fils prendra 9, la mère aura 3; & comme la part de chaque fille eſt à celle de la mère, dans le même rapport que celle de la mère eſt à celle du fils; la mère prenant 3, chaque fille prendra 1. Leſquelles parties ajoutées 9 + 3 + 1 + 1 font 14 pour premier terme de la proportion:

14 : 36000 éc. : : 1 : x = 2571 éc. 8 b. 2 cr. 3 d. $\frac{6}{14}$ pour une fille.
14 : 36000 : : 1 : x = 2571 8 2 3 $\frac{6}{14}$ pour une fille.
14 : 36000 : : 3 : x = 7714 5 2 10 $\frac{4}{14}$ pour la mère.
14 : 36000 : : 9 : x = 23142 17 0 6 $\frac{12}{14}$ pour le fils.

36000 éc. . . . .

NOTA. On pourroit ſe diſpenſer de faire trois régles de trois; pour cela, il n'y auroit qu'à tripler la portion de la fille pour avoir celle de la mère; tripler encore celle de la mère pour avoir celle du fils.

Régle de fauſſe poſition compoſée, ou régle de deux fauſſes poſitions.

La régle de deux fauſſes poſitions eſt ainſi appellée, parce que par le moyen de deux nombres pris à volonté & qui ſont réellement faux, on découvre la vérité qu'on cherche.

PRINCIPE.

Pour trouver un ou pluſieurs termes par la régle de fauſſe poſition compoſée, il faut 1°. prendre un nombre à volonté, qu'on puiſſe augmenter par l'addition ou diminuer exactement & ſans fraction par la diviſion, de manière que les ſommes ou les quotiens réſultans de l'addition ou de la diviſion, ſoient proportionnels aux termes inconnus.

2°. On examine ſi le nombre ſuppoſé eſt trop grand ou trop petit rélativement au nombre propoſé; cet examen ſe fait de la manière ſuivante: Quand on a augmenté le nombre ſuppoſé par l'addition, on prend la ſomme de ce nombre ſuppoſé & de tous les autres nombres qui réſultent de cette addition, & on compare cette ſomme avec le nombre donné & déterminé dans le problême, pour connoître la différence d'un nombre ſur un autre. Si l'on a diviſé le nombre ſuppoſé, on ajoute ce même nombre avec les différens quotiens, & l'on fait de nouveau la comparaiſon, comme nous l'avons déja dit. La différence qu'on trouve du nombre ſuppoſé avec le nombre déterminé dans la queſtion, s'appelle *erreur commiſe*. On place cette différence ou cette erreur à côté du nombre ſuppoſé, avec le ſigne +, ſi le nombre ſuppoſé eſt trop grand; & avec le ſigne —, ſi le nombre ſuppoſé eſt trop petit.

3°. On ſuppoſe de nouveau un ſecond nombre, ſur lequel on opére comme ſur le premier.

4°. Si l'une & l'autre des différences ou des erreurs a le ſigne + ou le ſigne —; on ſouſtraira 1°. la plus petite erreur de la plus grande: 2°. on multipliera le premier nombre ſuppoſé par la ſeconde erreur ou différence; enſuite on multipliera le ſecond nombre ſuppoſé par la première erreur ou différence: 3°. on ſouſtraira le plus petit

petit produit du plus grand : 4°. on diviſera cette différence des produits par la différence des erreurs, & le quotient donnera le nombre inconnu qu'on cherche.

Obſervez que, ſi l'une des erreurs a le ſigne + & l'autre le ſigne —, il faudroit 1°. additionner ces erreurs ; 2°. multiplier le premier nombre ſuppoſé par la ſeconde erreur, enſuite le ſecond nombre par la première erreur ; 3°. il faudroit ajouter ces produits ; 4°. diviſer cette ſomme des produits par la ſomme des erreurs, & le quotient donnera le nombre qu'on cherche, & duquel dépend la ſolution de la queſtion propoſée.

Comme les régles de fauſſe poſition compoſée ne ſont, à-peu-près, que de pure curioſité, nous ne donnerons qu'un ou deux exemples.

QUESTION I.

Combien avez-vous de moutons dans votre troupeau, demanda un voyageur à une bergère qui les paiſſoit le long du chemin ? Monſieur, répondit-elle, ſi j'en avois encore le tiers, plus le quart de ceux que j'ai, & cinq par-deſſus, j'en aurai cent : on demande quel étoit le nombre des moutons que la bergère avoit ?

La ſolution de ce problême conſiſte à trouver le nombre des moutons que la bergère avoit. Suppoſons qu'elle en eut 36, alors on auroit ci . . 36 moutons, premier nombre ſuppoſé.

12 . . . . . pour le $\frac{1}{3}$.
9 . . . . . pour le $\frac{1}{4}$.
5 . . . . . par-deſſus.

= 62 moutons.

En ajoutant ces nombres, on ne trouve que 62 moutons ; tandis qu'il devroit y en avoir 100. Comparez ce nombre 62 avec le nombre 100, vous trouverez que la différence de 100 ſur 62 ſera de — 38 ; c'eſt-à-dire, que le nombre ſuppoſé eſt trop petit de 38.

Prenez un autre nombre ſuppoſé, comme 48 moutons; alors on auroit ci . . 48 moutons, ſecond nombre ſuppoſé.

16 . . . . . pour le $\frac{1}{3}$.
12 . . . . . pour le $\frac{1}{4}$.
5 . . . . . par-deſſus.

81 moutons.

En ajoutant ces nombres, on ne trouve que 81 moutons; tandis qu'il devroit y en avoir 100. Comparez ce nombre 81 avec le nombre 100, vous trouverez que la différence de 100 ſur 81 eſt de — 19; c'eſt-à-dire, que le nombre ſuppoſé eſt trop petit de 19.

COMPARAISON.

Premier nombre ſuppoſé, 36 moutons. Première erreur — 38.
Second nombre ſuppoſé, 48 . . . . . Seconde erreur — 19.

1°. Prenez la différence des erreurs, 38 — 19 = 19.
2°. Multipliez le premier nombre ſuppoſé par la ſeconde erreur, ci . $36 \times 19 = 684$. Premier produit.
3°. Multipliez le ſecond nombre ſuppoſé par la première erreur, ci $48 \times 38 = 1824$. Second produit.
4°. Prenez la différence des produits, vous aurez ci . . . . . = 1140. Différence des produits.
5°. Diviſez cette différence des produits par la différence des erreurs, vous aurez ci . . . . . 1140 | 19

= 60. Nombre des moutons.

Le quotient 60 exprime que la bergère avoit 60 moutons.

En effet, 60.
plus, 20, pour le $\frac{1}{3}$.
plus, 15, pour le $\frac{1}{4}$.
plus, 5, en ſus.
Font 100. C'eſt la preuve.

Dans plusieurs auteurs de mathématiques on trouve le même problème, mais traité algébriquement : l'opération y est très-difficile.

DE LA RÉGLE D'ALLIAGE.

LA régle d'alliage est ainsi appellée, parce qu'elle enseigne la manière d'allier ou mêler ensemble plusieurs choses de différente valeur, & de déterminer le prix de ce mélange, ou de trouver certaines quantités de choses données qui doivent entrer dans ce mélange.

PRINCIPE I. *Avec problême.*

On veut faire un mélange de choses de différens prix : étant données les quantités qui doivent composer ce mélange, & le prix de ces quantités, on demande de trouver le prix moyen d'une mesure de ce mélange ?

SOLUTION.

1°. Additionnez les portions ou quantités données ; 2°. par ces mêmes quantités multipliez leurs prix, ou bien cherchez le prix de ces quantités ; ajoutez ensuite les produits qui résultent de ces multiplications : 3°. divisez la somme des produits par la somme des portions ou quantités qui doivent entrer dans le mélange ; le quotient exprimera le prix d'une mesure de ce mélange.

EXEMPLE I.

On veut mêler 6 pots de vin, à 8 baches le pot, avec 10 pots d'un autre vin, à 12 baches le pot ; on demande de trouver le prix moyen ou le prix auquel reviendra le pot du mélange ? Il reviendra à 10 bac. 2 cruches.

Disposition de la régle.

6 pots de vin, à 8 bac. le pot, monte ci = 48 b.
10 pots . . . à 12 bac. . . . monte ci = 120.

Somme 16 pots. 168 b. Produit tot.

Diviſez la ſomme des produits par le nombre des pots, le quotient vous donnera le prix du mélange ci. 168 | 16.

= 10 bac. 2 cr. prix du mélange.

Enſorte que le pot du mélange reviendra à la ſomme de 10 bac. 2 cr.

EXEMPLE II.

Jaques, cabaretier, voulant mêler 152 pintes de vin, à 3 ſ. la pinte; 148 pintes d'un autre, à 5 ſ.; 60 pintes d'un troiſième, à 10 ſ., & 32 pintes d'eau-de-vie, à 62 ſ. la pinte: on demande à combien reviendra la pinte du mélange?

Diſpoſition de la régle.

152 pintes,	à 3 ſ. monte ci =	456 ſ.
148	à 5 . . . . . =	740
60	à 10 . . . . . =	600
32	à 62 . . . . . =	1984
= 392 pintes.	. . . . .	3780 ſ.

Diviſez la ſomme des produits par le nombre des pintes, le quotient vous donnera le prix du mélange.

Ci . . 3780 ſ. | 392 pintes.

= 9 ſ. 7 d. $\frac{5}{7}$. prix du mélange.

Enſorte que Jaques pourra vendre la pinte du mélange à 9 ſ. 7 d. $\frac{5}{7}$.

Ces deux exemples ſerviront à réſoudre tout problême de ce genre.

PRINCIPE II. *Avec problême.*

Étant donnés le prix moyen & le prix des choſes qu'on veut mêler, on demande de trouver les portions qu'il faut prendre pour faire le mélange?

Par exemple, la livre du tabac d'Hollande ſe vendant 36 baches, la livre du tabac commun 16 baches; combien faudroit-il prendre de livres de l'un & de l'autre, pour pouvoir vendre la livre du mélange à 24 baches?

SOLUTION.

Ce problême eſt, comme l'on voit, d'une eſpèce différente; puiſque dans le premier cas, ayant les portions pour faire le mélange, on cherchoit le prix moyen; & que dans celui-ci, ayant le prix moyen, on cherche les quantités pour faire le mélange: auſſi l'opération eſt-elle différente.

1re *Régle.* Écrivez les prix donnés les uns ſous les autres, ſelon l'ordre de leur grandeur.

Ci . .	prix du tabac d'Hollande,	la ℔ à 36 bach.	8 ℔
	prix moyen	la ℔ à 24.	.
	prix du tabac commun,	la ℔ à 16.	12 ℔

2e *Régle.* Souſtraiſez le plus bas prix du prix moyen, & placez la différence à côté du plus haut prix; ainſi de 24 tirant 16, il reſtera 8, que vous placerez à côté du plus haut prix: ſouſtraiſez enſuite le prix moyen du plus haut prix, & placez la différence à côté du plus bas prix; ainſi de 36 tirez 24, reſte 12, que vous placez à côté du plus bas prix.

3e *Régle.* Ces différences ainſi placées à côté des choſes données, indiquent les portions qu'il faut prendre pour faire le mélange: ainſi, dans cette queſtion il faudroit prendre 8 ℔ de tabac d'Hollande, & 12 ℔ de tabac commun, afin de pouvoir vendre la liv. du mélange à 24 baches.

Si l'on vouloit faire un grand mélange en place des quantités trouvées, on pourroit en ſubſtituer d'autres plus grandes; mais toujours faudroit-il qu'elles fuſſent proportionnelles aux quantités trouvées: c'eſt à quoi on doit faire bien attention. Ainſi, puiſque ſur 8 ℔ de tabac d'Hollande on met 12 ℔ du commun; ſur 16 d'Hollande on en mettroit encore 24 du commun; ſur 32 d'Hollande, 48 du commun, &c.

En ſe ſervant de la régle de trois, on fera tout-à-coup le plus grand mélange déſiré. Je ſuppoſe qu'on voulût mêler 452 ℔ d'Hollande avec du commun; dans cette ſuppoſition, pour ſavoir combien il faudroit en prendre de ce dernier, on diroit ci:

Si ſur 8 ℔ d'Hollande on en met 12 ℔ du commun, combien ſur 452 ℔ d'Hollande en mettra-t-on du commun?

Multipliez & diviſez, vous trouverez qu'on devroit en mettre 678 ℔ du commun ; la livre duquel ſe vendroit toujours à 24 ſols.

De la preuve de cette régle.

La preuve de cette régle conſiſte à trouver, par le premier principe, le prix auquel reviendroit la livre du mélange que les quantités trouvées par le principe ſecond doivent compoſer : ſi ce prix ſe trouve égal au prix moyen fixé, l'opération eſt juſte. Ainſi, ſans ſortir du même exemple, vous aurez ci : 8 ℔ de tabac d'Hollande, à 36 baches la ℔, étant données à mêler avec 12 ℔ de tabac commun à 16 baches la ℔ ; on demande quel ſera le prix de la ℔ du mélange ?

DISPOSITION.

8 ℔	à 36 bach. monte ci . .	288 baches.
12 ℔	à 16	192.
20 ℔	. . . . .	480 baches.

Diviſez la ſomme des produits par le nombre des livres, le quotient vous donnera le prix moyen : vous trouverez en effet 24 baches qui ſont le prix moyen, comme il ſe voit en la régle ; donc l'opération eſt juſte.

NOTA. S'il y a pluſieurs choſes de différens prix dont on veuille faire un alliage qui revienne à un prix moyen fixé, il faut placer 1°. les prix donnés comme ci-deſſus ; 2°. retrancher ſucceſſivement les plus bas prix du prix moyen, & placer enſuite chaque différence à côté de tous les hauts prix ; 3°. retrancher auſſi ſucceſſivement le prix moyen de chaque haut prix, & placer enſuite la différence à côté de tous les bas prix ; 4°. additionner les différences qui ſe trouvent placées à côté de ces mêmes prix donnés ; les ſommes marqueront les quantités qu'il faut prendre de chaque eſpèce pour faire le mélange.

QUESTION 2.

On veut mêler cinq ſortes de liqueurs, à 56 ſ., à 50 ſ., à 48 ſ., à 32 ſ., à 18 ſ. la pinte ; on veut que la pinte du mélange revienne

à 38 f. : comment faut-il opérer pour trouver combien il faut prendre de pintes de chaque eſpèce?

SOLUTION.

1°. Écrivez tous les prix ſelon l'ordre de grandeur, comme nous l'avons déja dit.

1re liqueur, à 56 f.	6 + 20 = 26 pintes.
2de liqueur, à 50	6 + 20 = 26 pintes.
3e liqueur, à 48	6 + 20 = 26 pintes.
prix moyen, à 38	
4e liqueur, à 32	10 + 12 + 18 = 40 pintes.
5e liqueur, à 18	10 + 12 + 18 = 40 pintes.

2°. Souſtraiſez les deux plus bas prix, 32 & 18 du prix moyen 38, & placez les différences 6 & 20 à côté de tous les hauts prix; 3°. ſouſtraiſez le prix moyen 38 des trois hauts prix 56, 50 & 48, vous aurez pour différences 10, 12 & 18, que vous placerez à côté des deux plus bas prix; 4°. additionnez les différences qu'on a miſes à côté des prix, vous aurez 26 pintes d'un côté, & 40 pintes de l'autre; leſquelles ſommes 26 & 40, marquent qu'il faut prendre 26 pintes de chaque eſpèce de liqueur des plus hauts prix, & 40 pintes de chaque eſpèce des plus bas, pour faire un mêlange dont la pinte reviendra au prix moyen fixé de 38 ſols.

PREUVE.

26 pintes	à 56 f. montent ci	= 1456 ſols.
26 . . .	à 50	= 1300
26 . . .	à 48	= 1248
40 . . .	à 32	= 1280
40 . . .	à 18	= 720
= 158 pintes.	. . . . .	= 6004 ſols.

Diviſez la ſomme des produits par le nombre des pintes; le quotient vous donnera le prix moyen fixé 38, & ce ſera la preuve.

6004 f. | 158
= | 38. Prix moyen.

NOTA. Si l'on vouloit faire un plus grand mêlange, il faudroit opérer d'après le principe donné ci-deſſus, c'eſt-à-dire augmenter le nombre des pintes d'une manière proportionnelle. Ici, ſur 40 pintes de chaque bas prix, on met 26 pintes du plus haut prix: ainſi ſi l'on veut augmenter proportionnellement ſur 80 pintes du plus bas prix, on devra en mettre 52 du plus haut, &c. & toujours la pinte du mélange ſeroit au prix de 38 ſols.

PRINCIPE III. *Avec problême.*

Étant donnés le prix des choſes qu'on veut mêler, & le prix moyen auquel doit revenir une certaine quantité du mêlange, étant auſſi donnée la quantité de l'une des choſes qui doivent entrer dans le mêlange, on demande de trouver la quantité de l'autre de ces choſes qui doit auſſi y entrer: par exemple, voulant mêler 30 pintes d'eau de ceriſe, à 36 ſols la pinte, avec de l'eau de vie, à 47 ſols la pinte; on demande combien de pintes d'eau de vie il faudroit prendre pour faire un mêlange dont la pinte revienne à un prix moyen de 42 ſols?

SOLUTION.

Ce problême eſt encore d'une nature différente; auſſi faut-il des nouvelles régles.

1re *Régle.* Ecrivez les prix donnés ſelon l'ordre de grandeur ſans faire attention à la quantité déterminée, c'eſt-à-dire aux 30 pintes d'eau de ceriſe, vous aurez

ci . . Eau-de-vie, prix 47 ſols.	6. Différence.
Prix moyen 42	
Eau de ceriſe, . . . 36	5. Différence.

2°. Cherchez les différences, & placez-les comme il eſt expliqué ci-devant; 3°. ſervez-vous de la régle de trois directe, en diſant: la différence qui ſe trouve à côté de la choſe dont on a fixé la quantité, eſt à cette même quantité fixée, comme la différence qui eſt à côté de

la

la choſe dont on cherche la quantité, eſt au quatrième terme qui marquera les pintes d'eau-de-vie qu'on cherche. Ainſi dites :

différence différence

5 : 30 pintes d'eau de ceriſe :: 6 : $x = 36$ pintes d'eau-de-vie.

Multipliez vos termes moyens, & diviſez le produit par le premier terme, vous trouverez 36 au quatrième. Ce quatrième terme marque qu'on doit prendre 36 pintes d'eau-de-vie pour mêler avec les 30 pintes d'eau de ceriſe, & le prix du mêlange ſera dès-lors de 42 ſols la pinte.

PREUVE.

Mêlant 30 pintes d'eau de ceriſe à 36 ſols la pinte, avec 36 pintes d'eau-de-vie à 47 ſols; à combien reviendra la pinte du mêlange ?

OPÉRATION.

30 pintes d'eau de ceriſe, à 36 ſ. montent ci . .	1080 ſ.
36 pintes d'eau-de-vie, à 47 ſ.	1692.
= 66 pintes.	2772 ſ.

Diviſez la ſomme des produits par le nombre des pintes, c'eſt-à-dire 2772 ſols par 66, vous aurez 42 ſols pour prix de la pinte du mêlange : c'eſt la preuve.

NOTA. S'il y a pluſieurs quantités inconnues dans la queſtion propoſée, il faut réitérer la régle de trois autant de fois qu'il y a de termes inconnus.

QUESTION 2.

Thomas, laboureur, voulant mêler 22 carterons de bled, à 23 baches le carteron, avec du ſeigle, à 14 baches, & de l'avoine, à 8 baches le carteron, demande combien de ſacs de ſeigle & d'avoine il doit prendre, pour faire une mêlange dont le carteron reviendra à 12 baches ?

1°. Écrivez les prix donnés, & cherches les différences, comme ci-devant.

Prix du bled, 23 baches.	4. Différence.
Prix du ſeigle, 14	4. Différence.
Prix moyen, 12	
Prix de l'avoine, 8	2 + 11 = 13. Différence.

2°. Cherchez les carterons du ſeigle, en diſant :

4, différence à côté du bled : 22 cart. de bled : : 4, différence à côté du ſeigle : $x = 22$ c.

Multipliez les termes moyens 22 par 4, vous aurez 88 ; diviſez ce produit par le premier terme, vous trouverez 22 carterons de ſeigle.

Notez que 22 carterons de bled, qui ſont la quantité déterminée, doivent toujours être le ſecond terme de la proportion.

3°. Cherchez les carterons d'avoine ; en diſant :

4, différence à côté du bled : 22 cart. de bled : : 13, différence à côté de l'avoine : x 71 c. $\frac{1}{2}$

Multipliez les termes moyens, vous aurez 286 ; diviſez ce produit par le premier terme, vous trouverez 71 carterons $\frac{1}{2}$ d'avoine, & en ſe réſumant, il faudra 22 carterons de bled, 22 carterons de ſeigle, & 71 $\frac{1}{2}$ d'avoine pour faire un mélange dont le carteron reviendra à 12 baches.

PREUVE.

On veut mêler 22 carterons de bled à 23 baches ; 22 carterons de ſeigle, à 14 baches, 71 carterons $\frac{1}{2}$ d'avoine, à 8 baches : à combien reviendra le carteron du mélange ?

OPÉRATION.

Bled,	22 carterons, à 23 baches, monte ci	506 baches.
Seigle,	22 . . . . . à 14	308
Avoine,	71 $\frac{1}{2}$ . . . . à 8	572
=	115 $\frac{1}{2}$ cart.	1386 baches.

Diviſez la ſomme des produits par le nombre des carterons réduits en demies, vous trouverez 6 baches pour prix du demi-carteron ; & en doublant cette valeur, vous aurez 12 bach. pour prix du carteron, comme en la régle.

PRINCIPE IV. *Avec problême.*

Étant donnés le prix moyen du mêlange, le prix de chaque choſe qu'on veut mêler, & le nombre des meſures que le mêlange doit avoir, on demande de trouver le nombre des meſures de chaque choſe qui doit entrer dans le mêlange ?

Par exemple, on veut mêler du tabac du prix de 44 baches la ℔, avec d'autre tabac du prix de 12 baches la ℔, & on veut que le mêlange ait 100 ℔; cela poſé, on demande combien il faudroit prendre de livres de l'un & de l'autre tabac pour faire un prix moyen de 30 baches la livre ?

SOLUTION.

Ce problême étant encore différent des précédens, demande des nouvelles régles.

1re *Régle.* Ecrivez les prix donnés ſelon l'ordre de grandeur, & cherchez les différences, que vous placerez comme ci-devant.

Premier prix,	44 baches.	18. Différence.
Prix moyen,	30	
Second prix,	12	14. Différence.
		32 Somme.

2e. *Régle.* Cherchez les différences & ajoutez-les, vous aurez 32 pour ſomme.

3e. *Régle.* Pour trouver enſuite le nombre de livres de chaque eſpèce de tabac, vous ferez une régle de trois dont le premier terme ſera la ſomme des différences; le nombre de livres de tabac que tout le mêlange doit avoir ſera le ſecond; & pour troiſième terme, vous prendrez ſucceſſivement la différence qui ſe trouve à côté des prix dont on veut chercher le nombre des livres. Ainſi, pour trouver le nombre des livres du premier tabac, dites :

ſomme mêlange différ.
ci 32 : 100 : : 18 : $x = 56$ ℔ $\frac{1}{4}$ du premier tabac.

Multipliez les termes moyens, & diviſez le produit par le premier terme, vous trouverez qu'on doit prendre $56\frac{1}{4}$ du premier tabac.

Pour trouver le nombre des livres du ſecond tabac, dites :

somme des différ.		mélange		différence
32	:	100	: :	$14 : x = 43^{\text{lb}}\frac{3}{4}$.

Faiſant la régle, vous trouverez qu'il faut prendre $43^{\text{lb}}\frac{3}{4}$ du ſecond tabac.

Et en ſe réſumant, il faudra prendre $56^{\text{lb}}\frac{1}{4}$ du premier tabac, & $43^{\text{lb}}\frac{3}{4}$ du ſecond, pour faire un mélange de 100^{lb} ; & la livre de ce mélange reviendra à 30 baches.

PREUVE.

	$56^{\text{lb}}\frac{1}{4}$ de tabac, à 44 bac. montent ci . .	2475 bac.
	$43\ \frac{3}{4}$ . . . . . à 12	525
Ajoutez =	100^{lb}	3000 bac.

Diviſez la ſomme des produits par le nombre des livres; ſavoir 3000 par 100, vous aurez 30 baches pour prix moyen : c'eſt la preuve.

NOTA. 1°. Si l'on vouloit faire un plus grand mélange, on augmenteroit toujours dans la proportion de $56\frac{1}{4}$ ſur $43\frac{3}{4}$.

NOTA. 2°. Quand il y a pluſieurs choſes inconnues, on cherche les différences par les régles preſcrites, & on réitère la régle de trois autant de fois qu'il y a des inconnues.

QUESTION 2.

On a trois eſpèces de vin, à 46 ſols, à 30 ſols, à 22 ſols le pot; on veut faire un mélange de 640 pots, & on veut que le pot du mélange revienne à 32 ſols : on demande combien il faudra prendre de pots de chaque eſpèce de vin pour faire le dit mélange, & pour que le pot dudit revienne à 32 ſols ?

OPÉRATION.

1°. Diſpoſez les prix ſelon l'ordre de grandeur.

Premier prix,	46 ſols.	2 + 10 = 12
Prix moyen,	32	
Second prix,	30	 14
Troiſième prix,	22	 14
		40

2°. Cherchez les différences & ajoutez-les, vous trouverez 40.

3°. Réitérez vos régles de trois, d'après les principes donnés; vous aurez ci :

Somme des différ.			Différence.		
40	: 640 pots	: :	12	:	$x = 192$ pots du premier vin.
40	: 640	: :	14	:	$x = 224$ pots du ſecond vin.
40	: 640	: :	14	:	$x = 224$ pots du troiſième vin.
					640 pots. Mélange déſiré.

Enſorte qu'en prenant le nombre de pots de chaque vin exprimé dans la régle, on aura le mélange déſiré de 640 pots; & on pourra vendre le pot du mélange à 32 ſols.

PREUVE.

192 pots,	à 46 ſols, font ci : :	8832 ſols.
224 . . .	à 30	6720
224 . . .	à 22	4928
= 640 pots.		20480 ſols.

Diviſez la ſomme des produits par le nombre des pots, vous retrouverez le prix moyen 32 ſols : c'eſt la preuve.

Ces 4 principes bien connus, feront réſoudre, à-peu-près, tous les problêmes ſur les alliages.

Fin de la quatrième Partie.

CINQUIEME PARTIE.

DE LA RÉDUCTION DE PLUSIEURS MONNOIES.

ARTICLE I.

De l'argent de France comparé avec lui-même.

LE louis-d'or de France eſt compoſé de 8 écus, ou de 24 livres.

L'écu eſt compoſé de 3 livres.

La livre eſt compoſée de 20 ſols.

Et le ſol eſt compoſé de 12 deniers.

PRINCIPE GÉNÉRAL

Pour réduire les grandes eſpèces en petites, il faut ſe ſervir de la multiplication. On multiplie les grandes eſpèces par le nombre qui exprime combien de fois la grande eſpèce contient la petite : voyez page 47.

Pour réduire les petites en grandes, il faut ſe ſervir de la diviſion. On diviſera toujours les petites, par le nombre qui exprime combien de fois la petite eſt contenue dans la grande : voyez page 59.

Réduction des louis en écus & livres de France & vice verſâ.

QUESTIONS GÉNÉRALES.

Réduction des louis en écus & livres de France & *vicè-verſâ*.

1°. Dans 12 louis-d'or, combien y a-t-il d'écus ? Il y en a 96.

Multipliez le nombre de louis par 8, parce qu'il y a 8 écus au louis, vous aurez au produit 96 écus.

2°. Dans 96 écus, combien de louis-d'or? Il y en a 12.

Diviſez le nombre des écus par 8, parce que l'écu eſt contenu huit fois dans le louis; le quotient vous donnera 12 louis.

3°. Dans 16 louis d'or, combien de livres? Il y en a 384.

Multipliez le nombre de louis par 24, parce que le louis eſt compoſé de 24 liv., vous aurez au produit 384 liv.

4°. Dans 384 liv., combien de louis? Il y en a 16.

Diviſez le nombre de livres par 24, par la raiſon ci-deſſus; le quotient vous donnera 16 louis.

Réduction des écus de France en livres de France, & vice verſâ.

Il ſuit de ces principes que, pour réduire les écus en livres, il n'y a qu'à multiplier le nombre des écus par 3, parce qu'il y a 3 livres à l'écu, le produit exprime des livres; & que ſi l'on veut réduire les livres en écus, il faudra diviſer le nombre des livres par 3; le quotient donnera des écus.

Réduction des livres en ſols & des ſols en livres.

Il ſuit des mêmes principes que, pour réduire les livres en ſols, il faut multiplier par 20 le nombre des liv., parce qu'il y a 20 ſols à la livre, le produit exprimera des ſols; & que ſi l'on veut réduire les ſols en livres, il faut diviſer par 20 le nombre des ſols; le quotient exprimera les livres.

Ici revient la méthode abrégée dont nous avons parlé tant de fois, pour la réduction des ſols en livres. Elle conſiſte à retrancher le dernier chifre & à prendre la moitié du reſte: cette moitié donne des livres, & le chifre retranché exprimera des ſols: voyez pag. 45.

Je ſuppoſe qu'on voulût réduire 3286 ſols en livres; dès-lors, retranchant le dernier chifre 6, & prenant la moitié de ce qui reſte, on auroit 164 liv. 6 ſ. Enſorte que 3286 ſols ſont 164 liv. 6 ſols.

Ci . . . 3286 ſols.
164^tt 6 ſ.

ARTICLE II.

Réduction de l'argent de France en celui de Fribourg, & de l'argent de Fribourg en celui de France.

Argent de France.	Comparaiſon.	Argent de Fribourg.
Le louis de France	. . . = . . .	8 éc. 8 bac. ou 168 bac.
1 écu de France	. . . = . . .	21 bac.
1 liv. de France	. . . = . . .	7 bac.
5 ſols de France	. . . = . . .	1 piécette ou 7 cr.
1 ſol de France	. . . = . . .	. 1 cr. 4 d. $\frac{4}{5}$ de den^{r}

Réduction des livres de France en écus appellés vulgairement écus petits de 20 baches.

PRINCIPE.

Pour réduire les livres de France en écus petits, multipliez 1°. les livres par 7, pour avoir des baches; 2°. réduiſez le produit des baches en écus en diviſant par 20, ou mieux encore, en coupant le dernier chifre & en prenant la moitié du reſte : cette moitié donnera des écus, & le dernier chifre retranché exprimera des baches : voyez page 44.

Ci : Dans 456 liv. de France, combien y a-t-il d'écus petits ? : x =

× par . . 7

= 319 | 2 bac.
= 159$^{éc.}$ 12 bac. écus petits.

PRINCIPE.

Pour réduire les écus petits en livres de France, il faut réduire 1°. les écus en baches, en les multipliant par 20; 2°. diviſer le produit par 7; le quotient donnera des livres de France.

Ci :

Ci : Dans 159 éc. 12 bac., combien de livres de France ? Il y en a 456.

× par 20
= 3180
+ .. 12
3192 b. | 7
= | 456 liv. de France.

Réduction des écus de France en écus petits de Fribourg, & des écus petits de Fribourg en écus de France.

PRINCIPE.

Pour réduire les écus de France en écus petits, multipliez 1°. les écus de France par 21 pour avoir des baches : 2°. réduisez le produit des baches en écus petits, comme il est dit ci-dessus, & pag. 44.

Ci : Dans 44 éc. de France, combien d'écus petits de Fribourg ? : x =

× par 21
44
88.
= 92|4 bac.
= 46 é. 4 b. Écus petits.

Il y a une autre méthode plus courte pour réduire les écus de France en écus petits de Fribourg ; elle consiste à ajouter au nombre des écus de France, autant de baches qu'il y a d'écus à réduire : le nombre d'écus de France augmenté de ce nombre des baches exprime les écus de Fribourg. Observez que s'il y a suffisamment des baches pour donner des écus, on réduira ces baches en écus petits, & ajoutant les écus qui proviennent de cette réduction avec les écus de France, la somme exprimera encore les écus de Fribourg : ainsi, sans sortir du même exemple, au nombre 44 écus de France, ajoutez 44 baches ou bien 2 écus 4 baches, vous trouverez, comme dans l'exemple précédent, 46 écus 4 baches ; ce principe s'appliquera à

toute réduction de ce genre : ce même principe s'appliquera à la réduction des écus de Berne en écus petits du canton de Fribourg, attendu que les écus de France & de Berne ſont au pair, les uns & les autres valant 21 baches du canton de Fribourg.

L'inverſe pour la réduction des écus petits de Fribourg en ceux de France & Berne, en ſouſtraiſant autant de baches qu'il y auroit d'écus, n'a pas lieu; il faut néceſſairement employer le principe ſuivant.

Réduction des écus petits du canton de Fribourg en écus de France.

PRINCIPE.

Pour réduire les écus petits du canton de Fribourg en écus de France, réduiſez 1°. les écus petits en baches, en les multiplant par 20; 2°. diviſez le produit par 21, le quotient vous donnera des écus de France.

Ci : Dans 46 éc. 4 bac. combien y a-t-il d'écus de France? Il y en a 44.

× par 20

920

..4

924 b. | 21

44 éc. de France.

On doit ſavoir que la différence de l'argent de France ſur celui du canton de Fribourg eſt celle du 5 p. $\frac{0}{0}$, en faveur du premier argent. Par les principes donnés, on ajoute ou l'on ſouſtrait cette différence. Il y auroit un autre principe de réduction par régle de trois qui convient auſſi à l'argent de Berne, ſachant qu'il faut 105 écus de Fribourg pour en faire 100 de France. Si l'on vouloit réduire les écus de Fribourg en écus de France, on diroit :

Si 105 écus petits ſont 100 écus de France, combien *x* écus petits feroient-ils *x* d'écus de France ?

Et ſi l'on vouloit réduire les écus de France en écus petits, on diroit : ſi 100 écus de France ſont 105 petits, combien *x* écus de France feroient-ils *x* écus petits? (Le premier principe eſt préférable.)

Réduction des livres de France en écus bons du canton de Fribourg, ou en écus de 25 baches.

PRINCIPE.

Pour réduire les livres de France en écus bons, multipliez 1°. les livres de France par 7, pour avoir des baches; 2°. divisez ensuite le produit par 25, pour avoir des écus bons; ou mieux encore, coupez les deux derniers chifres du produit, & multipliez par 4 tous ceux qui sont à gauche; le second produit donnera des écus bons.

J'ai déja parlé de cette réduction, pag. 19; elle est préférable à tous égards à celle qui se fait par division.

Ci: Dans 248 liv. de France, combien y a-t-il d'écus bons? 69 é. 11 b.

× par 7

17|36 baches.

par 4

68

. 1. 11.

= 96 é. 11 b. Écus bons.

Réduction des écus bons en livres de France.

PRINCIPE.

Pour réduire les écus bons en livres de France, multipliez 1°. les écus par 25, pour avoir des baches; 2°. divisez le produit par 7, pour avoir des livres.

Ci: Dans 69 éc. 11 b. combien de livres de France? Il y en a = 248*.

par 25

345

138.

.. 11

1736 b. | 7

= | 248 liv. de France.

Réduction des écus de France en écus bons de Fribourg.

PRINCIPE.

Pour réduire les écus de France en écus bons de Fribourg, multipliez 1°. les écus de France par 21 baches 2°.; réduisez ce produit des baches en écus bons, d'après les principes donnés ci-dessus, & p. 19.

Ci : Dans 100 écus de France, combien y a-t-il d'écus bons ? = 84 éc.

par 21

21|00 baches.

par 4

84 écus bons.

Réduction des écus bons en écus de France.

PRINCIPE.

Pour réduire les écus bons en écus de France, multipliez 1°. les écus bons par 25 baches; 2°. divisez le produit des baches par 21; le quotient exprimera des écus de France.

Ci : Dans 84 éc. bons, combien d'écus de France? = 100 éc. de France.

par 25

420

168.

2100 | 21

100

Réduction des louis-d'or de France en écus petits de Fribourg.

PRINCIPE.

Le louis de France vaut 8 écus 8 baches : par conséquent, pour réduire les louis en écus petits, il faut multiplier le nombre des louis-d'or par 8 écus 8 baches (voyez pag. 47,) le produit vous donnera des écus petits.

Ci: Dans 5 louis, combien y a-t-il d'écus petits? Il y a 42 écus.

× 8 éc. 8 bach.

40.
. 2.

42 écus.

Quand on a multiplié le nombre des louis par les écus, on multiplie à part le nombre des louis par les baches; on trouve un produit des baches qu'on réduit en écus, & on ajoute ces écus avec les autres. Dans l'exemple donné, on a eu 40 baches qui ont donné 2 écus; lesquels ajoutez avec les 40 écus qu'on avoit déja, ont fait en tout 42 écus. Nous avons parlé de cette réduction, pag. 47: il y a un autre principe également bien simple; il consiste à multiplier le nombre des louis par 168 baches, & à réduire ensuite les baches en écus en coupant, &c.

Réduction des écus petits en louis-d'or de France.

PRINCIPE.

Pour réduire les écus petits en louis-d'or de France, réduisez 1°. les écus petits en écus de France, *d'après le principe établi* pag. 250; 2°. divisez ensuite par 8 le nombre des écus réduits; le quotient vous donnera des louis.

Cette réduction est très-nécessaire dans le canton de Fribourg: on doit bien faire attention au principe.

Ci: Dans 42 éc. petits, combien y a-t-il de louis? Il y en a 5.

par 20.

840 b. | 21
= 40 éc. | 8
= 5 louis.

Il y a une autre méthode, qui consiste à mettre les écus en baches, & à diviser ensuite le produit par 168, parce que le louis de France

vaut 168 baches: mais cette méthode ne vaut pas la première d'un côté, parce que la division par 168 est plus difficile que par 21 & par 8; & que de l'autre, cette même division laisse ordinairement de grands restes de baches qu'il faut encore réduire en écus de France; ce qui n'est pas toujours aisé à cause du 5 p. $\frac{0}{0}$.

Réduction des louis-d'or de France en écus bons de Fribourg.

PRINCIPE.

Pour réduire les louis en écus bons, 1°. multipliez le nombre des louis par 168 baches; 2°. réduisez le produit des baches en écus bons, *d'après le principe* ci-dessus, pag. 251, & pag. 19.

Ci: Dans 12 louis, combien d'écus bons? Il y a 80 éc. 16 bac.

par 168 bach.

336

168.

20 | 16 bach.

par 4

80 éc. 16 bach.

Réduction des écus bons en louis-d'or de France.

PRINCIPE.

Multipliez 1°. les écus bons par 25, pour avoir des baches; 2°. réduisez le produit de ces baches en écus, en divisant par 21, pag. 250; 3°. divisez les écus par 8, vous aurez des louis-d'or de France.

Ci: Dans 80 éc. bons 16 bach. combien de louis? = 12 louis.

par 25

400

160.

..16

= 2016 b. | 21

= 96 éc. | 8

= 12 louis.

Quand on a réduit les écus en baches, on pourroit encore diviſer par 168, pour avoir des louis : mais je le répéte, le premier principe eſt préférable.

ARTICLE III.

Monnoie mercantille (*) du canton de Fribourg, comparée avec les livres & louis-d'or de France, & vice verſâ.

1 écu de Fribourg . .	=	2[tt] ou 20 bac. ou 40 ſ.
1 livre	=	. . . 10 bac. ou 20 ſ.
1 bache	=	. . . . . 2 ſ. ou 24 d.
½ bache	=	. . . . . 1 ſ. ou 12 d.
1 cruche (†) . . .	=	. . . . . 6 d.

Réduction des livres de France en livres mercantilles du canton de Fribourg.

PRINCIPE.

Pour réduire les livres de France en livres mercantilles du canton de Fribourg, réduiſez 1°. les livres de France en baches, en les multipliant par 7; 2°. diviſez ce produit par 10; le quotient donnera des livres de Fribourg : s'il reſte des baches, vous les doublerez pour avoir des ſols.

Pour faire la diviſion par 10, on rappellera le principe donné, page 61.

Ci : Dans 443[tt] de France, combien de liv. de Fribourg ? = 310[tt] 2 ſ.

par 7 b.

3101.

Ici il reſte un bache, qui vaut 2 ſ.

(*) On appelle monnoie mercantille, celle dont on ſe ſert dans le commerce, tant pour la vante & achats, que pour la tenue des livres.

(†) Le cruche eſt toujours pris pour valeur de 6 den.: ce n'eſt que parmi les gens de campagne qu'il eſt pris pour valeur de 12 den., ainſi que nous l'avons dit pluſieurs fois.

Réduction des livres de Fribourg en livres de France.

PRINCIPE.

Pour réduire les livres de Fribourg en celles de France, multipliez par 10 les livres de Fribourg, & diviſez le produit par 7; le quotient donnera des livres de France.

Ci: Dans 310^{tt} 2 ſ. de Fribourg, combien de liv. de France? = 443^{tt}.

par 10

3100

...1

= 3101 b. | 7

= | 443^{tt} de France.

Les 2 ſols ne faiſant qu'un bache, nous avons ajouté 1 bache au produit des baches.

OBSERVATION.

Pour réduire les ſols de France en baches de Fribourg, prenez le $\frac{1}{3}$ des ſols: ce tiers avec le 5 p. $\frac{0}{0}$ lorſqu'on pourra le prendre, donnera des baches. Ainſi 15 ſols de France feront 5 bac. 1 cr. de Fribourg.

Réduction des louis-d'or de France en livres de Fribourg.

PRINCIPE.

Le louis-d'or de France vaut 16 liv. 16 ſols; ce qui correſpond à 8 écus 8 baches: cela poſé, pour réduire les louis en livres, on multipliera le nombre des louis par 16 liv. 16 ſols; le produit donnera des livres.

Ci: Dans 12 louis, combien de liv. de Fribourg? Il y a 201^{tt} 12 ſ.

par 16^{tt} 16 ſ.

72 0 ſ.

12.

..9 12 ſ. pour les 16 ſols.

= 201^{tt} 12 ſ. de Fribourg.

Quant

Quant aux ſols, on multiplie à part le nombre des louis par le nombre des ſols; ce qui donne un produit des ſols, qu'on réduit en livres, d'après le principe pag. 45; on ajoute enſuite les livres qui en réſultent à la colonne reſpective.

Réduction des livres de Fribourg en louis de France.

PRINCIPE.

Pour réduire les livres de Fribourg en louis de France, réduiſez 1°. les livres en baches, en les multipliant par 10; s'il y a des ſols, prenez-en la moitié pour faire des baches; 2°. diviſez le produit des baches par 7, pour avoir des livres de France; 3°. diviſez enſuite le nombre des livres par 24, le quotient vous donnera des louis-d'or de France.

Ci : Dans 201 ℔ 12 ſ. de Fribourg, combien de louis de France? = 12 louis.

par 10 bach.

2010
...6

= 2016 bac. | 7
= 288 ℔ de Fr. | 24
= 12 louis.

12 ſols font 6 baches; auſſi avons-nous ajouté 6 baches à la colonne, pour les 12 ſols.

Si l'on y fait bien attention, on verra que toutes les régles données ſe ſervent de preuve les unes aux autres. Ces principes bien peſés, feront qu'on ne ſera jamais embarraſſé pour les réductions de ce genre.

ARTICLE IV.

Principes rélatifs à la réduction de l'argent de Fribourg, comparé avec lui-même.

Pour réduire les livres en baches, multipliez le nombre des livres par 10, ou bien ajoutez tout ſimplement un zéro à la ſuite des livres: ainſi 52 liv. feront 520 baches.

Pour réduire les baches en livres, diviſez par 10 le nombre des baches, le quotient vous donnera des livres; ou mieux encore, coupez le dernier chifre, ce qui ſera à la gauche exprimera des livres, & le chifre retranché exprimera des baches; ainſi 52|0 baches = 52 liv. On double ordinairement le chifre retranché, alors il exprime des ſols.

Pour réduire les livres en ſols, multipliez les livres par 20, le produit vous donnera des ſols. Pour réduire les ſols en livres, diviſez le nombre des ſols par 20, ou mieux encore, voyez pag. 45.

Pour réduire les écus en livres, doublez le nombre des écus; le double exprimera des livres.

Pour réduire les livres en écus, prenez la moitié du nombre des livres, cette moitié exprimera des écus.

Pour réduire les baches en écus de 20, voyez le principe pag. 44.

Pour réduire les baches en écus de 25, voyez le principe pag. 19.

Pour réduire les baches en écus de 21, diviſez le nombre des baches par 21, le quotient vous donnera des écus.

Pour réduire les petits florins de 4 baches en baches, multipliez le nombre des florins par 4, le produit exprimera des baches.

Pour réduire les baches en florins, diviſez le nombre des baches par 4, le quotient vous donnera des florins; ou bien, prenez le quart des baches, ce quart exprime des florins.

Tous ces principes de réduction conviennent auſſi au canton de Berne. Les deux ſuivans conviennent expreſſément au canton de Fribourg.

Pour réduire les baches en piécettes, multipliez 1°. les baches par 4 pour avoir des cruches; 2°. diviſez par 7 le nombre des cruches, le quotient vous donnera des piécettes.

Dans 16 baches, combien de piécettes? = 9 piécettes 1 cr.

par 4

64 cr. | 7
63 | 9 piéc. 1 cr.
Reſte 1 cr.

Pour réduire les piécettes en baches, multipliez 1°. les piécettes par 7, pour avoir des cruches; 2°. diviſez par 4 le nombre des cruches, le quotient vous donnera des baches.

Dans 9 piécettes 1 cr. combien de baches? Il y en a 16.

par 7

63
+ 1
64 cr. | 4
| 16 baches.

Pour réduire les cruches en écus bons, il n'y a qu'à retrancher les deux derniers chifres du nombre donné; ce qui reſte à gauche exprime des écus bons. Quant aux deux chifres retranchés, on les réduit en baches en les diviſant par 4, s'il y en a ſuffiſamment. Ainſi dans 418 cruches, il y a 4|18 cruches, ou 4 écus, 4 baches, 2 cruches.

Ce principe eſt fondé ſur la diviſion abrégée par cent, attendu qu'il faut 100 cruches pour l'écu bon.

ARTICLE V.

Comparaiſon de l'argent de Fribourg avec l'argent de Berne, & vice verſâ.

Entre l'argent de Fribourg & l'argent de Berne, il y a pour les écus & louis-d'or le même rapport qu'entre ce premier argent & celui

de France ; auſſi n'établirons-nous pas d'autres principes que ceux que nous avons déja donnés. La différence du 5 p. $\frac{0}{0}$ étant la même, nous ne pourrions faire que des répétitions vaines & fatiguantes : on s'en tiendra donc au même principe, lorſqu'on voudra faire paſſer les écus petits de Fribourg en ceux de Berne, & réciproquement ceux de Berne en ceux de Fribourg; tout comme lorſqu'on voudra convertir les écus de Fribourg en louis-d'or de Berne, & réciproquement les louis de Berne en écus de Fribourg.

Le rapport des livres de France avec celles de Berne étant différent, nous allons établir des principes de réduction rélatifs aux livres de Fribourg & de Berne. Les livres de Berne & de Fribourg valent 20 ſols ou 10 baches de part & d'autre; mais à cauſe du 5 p. $\frac{0}{0}$ de différence en faveur de l'argent de Berne ſur celui de Fribourg, les 10 baches de Berne en valent 10 & demi de Fribourg : cela poſé, conſidérant les livres ſous le rapport des ſols, on employera les principes ſuivans pour faire les réductions.

Réduction des livres de Fribourg en celles de Berne.

PRINCIPE.

Pour réduire les livres de Fribourg en livres de Berne, multipliez 1°. les livres de Fribourg par 20 pour avoir des ſols ; 2°. diviſez par 21 le produit des ſols, vous aurez des livres de Berne.

Dans 84 liv. de Fribourg, combien de Berne ? = 80 liv.

par 20

1680 ſ. | 21

= | 80 liv. de Berne.

PRINCIPE.

Pour réduire les livres de Berne en livres de Fribourg, multipliez 1°. les livres de Berne par 21 ſols ; 2°. diviſez le produit des ſols par 20, ou mieux encore, voyez pag. 45.

Dans 80 liv. de Berne, combien de Fribourg ? = 84^liv.

par 21

80

160.

168|0

84^liv. de Fribourg.

Ces deux exemples ſerviront à toute réduction de ce genre. Il y a un autre principe pour réduire les livres de Berne en livres de Fribourg : il eſt le même que celui que nous avons établi pag. 249, pour la réduction des écus de France ou de Berne en écus petits de Fribourg. Il faut ajouter au nombre des livres de Berne autant de ſols qu'il y a de livres à réduire : le nombre des livres de Berne augmenté de ce nombre des ſols, exprimera les livres de Fribourg. S'il y a ſuffiſamment de ſols pour faire des livres, on réduira ces ſols en livres ; & ajoutant les livres qui proviennent de cette réduction avec les livres de Berne, la ſomme exprimera de nouveau les livres de Fribourg. Ainſi, ſans ſortir du même exemple, à 80 livres de Berne ajoutez 80 ſols ou 4 livres, vous aurez 84 livres de Fribourg, comme il eſt marqué dans l'exemple. Avec ces principes on opérera avec facilité, & on peut être ſûr d'ajouter ou de ſouſtraire le 5 p. $\frac{0}{0}$.

Réduction des livres de Fribourg en louis de Berne.

PRINCIPE.

Pour réduire les livres de Fribourg en louis de Berne, réduiſez 1°. les livres en baches, en multipliant par 10 ; 2°. diviſez ces baches par 21, pour avoir des écus de Berne ; 3°. diviſez les écus par 8, le quotient donnera des louis.

Ci : Dans 168 liv. de Fribourg, combien de louis ? = 10 louis.

par 10

1680^bac. | 21

= | 80^éc. | 8

= | 10 louis de Berne.

PRINCIPE.

Pour réduire les louis de Berne en livres de Fribourg, multipliez le nombre des louis par 16 liv. 16 ſols, le produit donnera des livres.

Ci : Dans 10 louis de Berne, combien de liv. de Fribourg? = 168[tt].

par 16[tt] 16 ſ.

160

8

168[tt] de Fribourg.

Quant aux ſols, on multiplie à part les louis par les ſols; on a un produit des ſols qu'on réduit en livres, leſquelles on ajoute avec celles qu'on a déja. Ce principe eſt le même que celui établi pour la réduction des louis de France en livres de Fribourg, pag. 257.

Ces deux exemples ſerviront à toute réduction de ce genre.

AVERTISSEMENT.

Dans le commerce on ſe ſert beaucoup des expreſſions ſuivantes: le louis à 24 liv., le louis à 8 écus, le louis à 8 écus 8 baches, le louis à 16 liv. 16 ſols: cette variation que le louis éprouve, vient de la différence du 5 p. $\frac{0}{0}$ d'un argent ſur l'autre, de celui de France ou de Berne ſur celui de Fribourg.

Mais que ces expreſſions n'étonnent pas; pourvu qu'on réduiſe auparavant l'argent de Fribourg en celui de Berne ou de France, on peut être ſûr de bien opérer, en appliquant toujours les principes donnés: & comme les exemples frappent plus que les principes, je donnerai les ſuivans pour une plus grande facilité.

QUESTION 1.

Dans 50 écus de France ou de Berne, combien de louis? (le louis 8 éc.)

Ici, vous diviſerez tout ſimplement 50 par 8, le quotient vous donnera 6 louis 2 écus.

Si vous avez des livres de France à réduire en louis, vous diviſerez le nombre des livres par 24; ſi vous avez des livres de Berne à réduire auſſi en louis, vous diviſerez par 16 le nombre des livres, & les quotiens vous donneront des louis.

QUESTION 2.

Dans 142 écus de Fribourg, combien de louis de Berne ou de France ? (le louis à 8 éc. 8 bac.)

Réduiſez 1°. les écus de Fribourg en écus de Berne, d'après le principe établi pag. 250, vous trouverez 135 écus 5 baches de Berne; 2°. réduiſez ces écus de Berne en louis de Berne, en diviſant par 8, vous trouverez 16 louis, 7 écus, 5 baches.

Par cette méthode tout ſe trouve réduit en argent de Berne ou de France, excepté les 5 baches qui ſe trouveroient être des baches de Fribourg; mais la différence eſt ſi petite, que nous les avons laiſſées ſans les réduire.

QUESTION 3.

Dans 228 écus de Fribourg, combien de louis de Berne ou de France? (le louis à 16 liv. 16 ſ.)

Faites paſſer, comme dans la queſtion précédente, vos écus de Fribourg en écus de Berne, vous trouverez 217 écus 3 baches de Berne; diviſez enſuite ces écus par 8, vous trouverez 27 louis, 1 écu, 3 bac. pour valeur déſirée.

On voit par-là que le louis de France ou de Berne eſt égal, ou à 8 écus, à 8 écus 8 baches, à 16 liv. 16 ſ., ou à 24 liv.

ARTICLE VI.

Comparaiſon de l'argent de Berne avec l'argent de France; & vice verſâ.

Les écus & louis-d'or de France ſont au pair avec les écus & louis de Berne: les écus de part & d'autre valent 20 baches, comme les

louis 160 baches : la différence d'un argent ſur l'autre n'eſt que dans les livres. Les élémens ſont bien les mêmes, compoſées les unes & les autres de 20 ſols, & le ſol de 12 deniers : auſſi les mêmes opérations leur conviennent-elles exactement ; mais la valeur, comme nous l'avons déja dit, eſt différente.

Les livres de Berne ſurpaſſent celles de France d'un tiers : il s'enſuit donc que pour réduire les livres de Berne en celles de France, il faut ajouter à celles de Berne le $\frac{1}{3}$ en-ſus : or, pour ajouter le $\frac{1}{3}$ en-ſus, il faut prendre la moitié des livres que l'on a, & ajouter cette moitié à ces mêmes livres. Ainſi, 16 livres de Berne font 24 livres de France ; car prenez la moitié de 16 qui eſt 8, & ajoutez ce nombre 8 à 16, vous aurez 24 liv. de France. Ce que nous diſons des livres, s'appliquera auſſi aux *ſols* & *deniers*. Par une raiſon contraire, pour réduire les livres de France en celles de Berne, il n'y a qu'à tirer le tiers des livres de France, ce qui reſte exprimera des livres de Berne. Ainſi, voulez-vous réduire 24 liv. de France en livres de Berne ? dites : le tiers de 24 eſt 8 ; tirez 8 de 24, reſtera 16 liv. de Berne.

Ces principes s'appliqueront à toute réduction de ce genre.

NOTA. Un bache de Berne vaut 3 ſols de France. Il y a un autre principe de réduction fondé ſur la régle de trois : je ſuppoſe qu'on voulût réduire les livres de Berne en celles de France ; ſachant que 2 liv. de Berne font 3 liv. de France, on diroit :

Si 2 liv. de Berne font 3 liv. de France, combien x liv. de Berne feroient-elles x liv. de France ?

Et ſi l'on vouloit réduire les livres de France en celles de Berne, renverſant l'ordre des termes, on diroit :

Si 3 liv. de France ne font que 2 liv. de Berne, combien x liv. de France feroient-elles x liv. de Berne ?

En général, ayant deux données, c'eſt-à-dire deux choſes connues avec une troiſième donnée à réduire, on fera toute eſpèce de réduction, pourvu qu'on connoiſſe la régle de trois avec les fractions.

Ces principes ſont à-peu-près d'une utilité générale, ſur-tout pour le commerce & MM. les Banquiers, pour la réduction de l'argent d'une place ſur l'autre.

Les

Les queſtions ſur les florins, dont nous allons parler, en feront ſentir encore mieux la néceſſité.

Application des principes.

QUESTION 1.

On a tiré ſur Joſeph, négociant, une lettre de change, valeur de 453 liv. 6 ſ. de Suiſſe; celui-ci voulant payer en livres de France, on demande quelle ſomme il doit compter? Il doit compter 679 liv. 19 ſ. argent de France.

SOLUTION.

1°. Prenez la moitié de 453 liv. 6 ſ. de Suiſſe, vous aurez 226 l. 13 ſ. 2°. ajoutez ces deux ſommes enſemble, vous trouverez 679 liv. 19 ſ. de France, que Joſeph doit payer.

Pour preuve, de 679 liv. 19 ſ. de France tirez le tiers, qui eſt 226 liv. 13 ſ., vous retrouverez 453 liv. 6 ſ. de Suiſſe.

QUESTION 2.

On a tiré ſur Thomas une lettre de change, valeur de 54 louis-d'or de France; celui-ci ne pouvant payer qu'en écus petits du canton de Fribourg, on demande quelle ſomme il doit compter en cette valeur? Il doit compter 453 écus 12 baches.

SOLUTION.

Réduiſez 1°. les 54 louis en écus de France, en les multipliant par 8, vous aurez 432 écus, argent de France: 2°. réduiſez ces écus de France en écus petits, d'après le principe pag. 249, vous trouverez 453 écus petits & 12 baches, que Thomas doit compter.

ARTICLE VII.

De la réduction des florins en louis, écus, livres de Berne & de Fribourg, & vice verſâ.

Pour bien faire ces réductions, il faut ſavoir 1°. que le florin vaut 15 baches ou 60 cruches, mais des baches ou cruches de ces lieux

où l'on compte par florins. 2°. Qu'il y a des lieux où le louis-d'or vaut 9 florins $\frac{2}{3}$, ou 9 florins 10 baches; 10 florins; 10 florins $\frac{2}{3}$, & 11 florins. 3°. Il faut ſavoir que le louis à 9 florins $\frac{2}{3}$ vaut 145 baches; à 10 florins, 150 baches; à 10 florins $\frac{2}{3}$, 160 baches; à 11 florins, 165 baches.

NOTA. Quand nous diſons que le louis à 9 florins $\frac{2}{3}$ vaut 145 baches, cela veut dire que le louis vaut 145 baches de ces lieux où l'on compte par florins: ce que nous diſons de la valeur de ce louis à 9 fl. $\frac{2}{3}$, nous le diſons de la valeur des autres.

De la premiere obſervation il s'enſuit qu'un louis ou 168 baches de Fribourg peuvent valoir tantôt 9 florins $\frac{2}{3}$ ou 145 baches, 10 florins ou 150 baches, 10 fl. $\frac{2}{3}$ ou 160 baches, & enfin 11 fl. ou 165 baches. Enſorte que la valeur du louis varie ſelon le nombre des florins reſpectifs: ce qui dépend des endroits où le commerce ſe fait, & où l'on paye en louis.

Ce que nous diſons de l'argent de Fribourg s'applique à l'argent de Berne; avec cette différence que 160 baches de Berne ont le même rapport avec les florins que les 168 baches de Fribourg. Enſorte qu'un louis ou 160 baches de Berne peuvent auſſi valoir, tantôt 9 florins $\frac{2}{3}$ ou 145 baches, 10 florins ou 150 baches, &c.

Un florin, avons-nous dit, vaut 15 baches ou 60 cruches; donc $\frac{1}{3}$ de florin vaudra 5 baches ou 20 cruches, $\frac{2}{3}$ de florin vaudront 10 baches ou 40 cruches, & $\frac{1}{4}$ de florin vaudra 15 cruches. Ces préliminaires poſés, il ſera aiſé de faire les réduction ſuivantes.

Réduction des florins en baches, & vice verſâ.

PRINCIPE.

1°. Pour réduire les florins en baches, multipliez le nombre des florins par 15, le produit donnera des baches. C'eſt d'après ce principe que nous avons dit ci-deſſus que 9 florins $\frac{2}{3}$ font 145 baches, que 10 florins en font 150. 2°. Pour réduire les baches en florins, diviſez le nombre des baches par 15, le quotient vous donnera des florins. Cela eſt ſimple.

NOTA. Ces réductions de florins en baches & de baches en florins s'appliquent aux florins & baches de ces pays où l'on compte par florins. Il en ſera autrement des baches de Berne & de Fribourg, comme on le verra dans la ſuite.

Réduction des louis-d'or en florins.

PRINCIPE.

Pour réduire les louis en florins, multipliez tout ſimplement le nombre des louis par le nombre des florins, qui forment la valeur reſpective.

Qu'il faille ſeulement multiplier le nombre des louis par le nombre des florins, cela paroîtra évident par la régle de trois que l'on formera. Au reſte, toutes les grandes réductions ſe feront par régle de trois.

QUESTION 1. *Par argent de Berne.*

Dans 30 louis combien des florins? (le louis à 9 fl. $\frac{2}{3}$ ou 10 bac.) Dites: ſi 1 louis vaut 9 fl. $\frac{2}{3}$, combien 30 louis? : $x = 290$ florins. Multipliez ſeulement les termes moyens, vous trouverez 290 florins.

QUESTION 2.

Dans 30 louis combien de florins? (le louis à 10 fl.)

Ci: Si 1 louis vaut 10 florins, combien 30 louis? : $x = 300$ flor. Multipliez les termes moyens, vous aurez 300 florins.

On voit par ces deux opérations que, le premier terme étant l'unité, tout ſe réduit à une multiplication. Obſervez qu'on feroit de même ſi le louis étoit ou à 10 florins $\frac{2}{3}$ ou à 11 florins.

QUESTION 3.

Dans 44 louis $\frac{1}{2}$ combien de florins? (le louis à 10 flor. 10 bac.) Dites: ſi 1 louis vaut 10 fl. 10 b., combien 44 l^{s}. $\frac{1}{2}$? : $x = 474$ fl. 10 b.

par 44 l^{s}. $\frac{1}{2}$

440	0	
. 29	5	pour les 10 baches.
.. 5	5	pour la $\frac{1}{2}$.

Valeur = 474 fl. 10 bach.

EXPLICATION.

1°. Multipliant 44 louis par 10 florins, on a 440 florins.

2°. Multipliant 44 par 10 baches, on trouve 440 baches : ces baches réduites en florins par la diviſion par 15, donnent 29 florins 5 baches.

3°. Pour la demie ou le demi-louis, on prend la moitié du multiplicande; ce qui donne 5 flor. 5 bac.; & ajoutant le tout, on a 474 flor. $\frac{1}{2}$.

NOTA. Quand il y a des écus avec des louis, il faut conſidérer ces écus comme des fractions de louis: alors, on prendra une portion des florins rélative à cette fraction. Ici, 4 écus étant le demi-louis, on a pris la moitié du nombre des florins. S'il y avoit encore des baches avec les écus, il faudroit encore conſidérer ces baches comme de nouvelles fractions d'écus; dès-lors on prendroit une partie des florins rélative à la fraction des baches. Les parties aliquotes ſont d'un grand uſage pour ces régles.

QUESTION GÉNÉRALE.

Dans 62 louis, 5 écus, 15 baches, combien de florins? (le louis à 10 flor. 10 bach.)

Dites : ſi 1 louis vaut 10 fl. 10 bac. combien 62 l^s. 5 éc. 15 b.? : x = 669 fl.

× 62 l^s. 5 éc. 15 bac.

620 fl.	0 bac.	
.41	5	pour les 62 louis, par 10 bac.
..5	5	pour 4 écus ou la $\frac{1}{2}$.
..1	5	pour 1 écu ou le $\frac{1}{4}$.
:..	10	pour 10 baches.
...	5	pour 5 baches.
669 fl.		

EXPLICATION.

1°. 62 louis par 10 baches donnent 620 baches; en réduiſant ces baches, on trouve 41 fl. 5 bach.

2°. Pour 5 écus, nous avons pris pour 4 écus la moitié de 10 florins 10 bach. = 5 fl. 5 bach.

3°. Pour l'écu reſtant, nous avons pris le $\frac{1}{4}$ de 5 florins 5 bach.; ce qui donne 1 florin 5 baches.

4°. Pour les 15 baches, nous avons encore décompoſé, en prenant moitié ſur moitié : pour 10 baches, nous avons pris la moitié de la valeur d'un écu; & pour 5 bach., la moitié de la valeur de 10 bach.

Réduction des écus de Berne en florins.

QUESTION.

Dans 45 écus combien de florins? (le louis à 10 fl.)

Dites: ſi 8 écus valent 10 fl., combien 45 écus? : $x = 56$ flor. $\frac{1}{4}$. Multipliez les termes moyens 10 fl. par 45 écus, vous aurez 450 fl.; diviſez ce produit par 8, vous trouverez au quatrième terme 56 fl. 15 cr. ou 56 fl. $\frac{1}{4}$.

En effectuant la diviſion, on trouve 2 pour reſte: ce reſte devant être conſidéré comme des florins, doit être multiplié par 60 cruches, ce qui donne 120 cruches; & en continuant la diviſion par 8, on trouve 15 cruches ou $\frac{1}{4}$ de florin.

Si on n'avoit pas réduit ce reſte des florins en cruches, on auroit trouvé la fraction $\frac{2}{8}$ de florin, qui donne encore $\frac{1}{4}$ de florin.

Les reſtes de diviſion ſont plus volontiers réduits en cruches qu'en baches, à raiſon de l'uſage. Qu'on ne perde pas de vue que le dividende eſt toujours de la même nature que le quotient: dans cet exemple, en multipliant 10 florins par 45 écus, on a eu produit des florins : auſſi le quotient eſt-il en florins, & non en écus.

Réduction des livres en florins.

PRINCIPE.

Pour réduire les livres en florins, il faudra que le premier terme ſoit 16 liv., attendu que le louis-d'or de Berne vaut 16 liv.: le reſte à l'ordinaire.

QUESTION.

Dans 64 liv. de Berne combien des florins? (le louis à 10 flor. $\frac{2}{3}$ ou 10 fl. 10 bach.)

Dites: ſi 16^{tt} valent 10 fl. 10 bac. combien 64^{tt}? : x = 42 fl. 10 cr. Multipliez 10 fl. 10 bach par 64^{tt}, vous trouverez 682 fl. 10 bach.: diviſez ce produit par 16, vous aurez au quatrième terme 42 fl. 40 cr. ou 42 florins $\frac{2}{3}$, valeur de 64^{tt} de Berne.

On pourroit encore préſenter la même régle ſous cette forme:

Si 16^{tt} valent 10 fl. $\frac{2}{3}$, combien 64^{tt}? : = 42 fl. 40 cruch. Multipliant toujours les termes moyens & diviſant le produit par le premier terme, on trouve la même valeur que ci-devant.

EXPLICATION.

J'ai conſidéré les 10 baches du multiplicande tantôt comme de baches pures, tantôt comme étant les $\frac{2}{3}$ du florin: dans la première opération, j'ai multiplié 64^{tt} par 10 baches, ce qui a donné 640 baches, qui, diviſées par 15, donnent 42 fl. 10 baches. Dans la ſeconde opération, j'ai conſidéré ces 10 baches comme étant les deux tiers du florin: alors j'ai pris deux fois le tiers de 64; ce qui a donné encore 42 fl. 10 baches.

J'ai cru devoir préſenter la régle ſous ces deux formes, afin qu'on ne ſoit pas embarraſſé ſous quelque face qu'on préſente les opérations. En effectuant la diviſion, on trouve pour reſte 10 florins: ces florins multipliés par 60 cruches, donnent 600 cruches, auxquelles ayant ajouté 40 cruches provenant des 10 baches du dividende, on trouve en tout 640 cruches; & continuant toujours la diviſion par 16, on trouve en dernière analyſe 42 florins 40 cruches, ou 42 florins $\frac{2}{3}$.

Évaluation de l'écu de Berne en florins, ſous les quatre rapports de la valeur du louis.

QUESTION I.

Combien vaut l'écu de Berne? (le louis à 9 florins $\frac{2}{3}$).

Dites: ſi 8 écus valent 9 fl. $\frac{2}{3}$, combien 1 écu? : x = 1 fl. 3 b. 6 d.

Faiſant la régle, vous trouverez 1 fl. 3 bach. 6 den.

En effectuant la diviſion, on trouve pour reſte 1 florin; ce florin multiplié par 15 baches, donne 15 baches; auxquelles ayant ajouté les 10 baches ou les $\frac{2}{3}$ du florin, on trouve 25 baches; & continuant de diviſer, on trouve en dernière analyſe 1 fl. 3 bach. 6 den. Cette explication ſervira pour les opérations ſuivantes.

QUESTION 2.

Combien vaut l'écu de Berne? (le louis à 10 florins).

Dites: ſi 8 écus valent 10 fl., combien 1 écu? : x = 1 fl. 3 b. 3 cr.

Faiſant la régle, vous trouverez 1 flor. 3 bach. 3 cruch.

QUESTION 3.

Combien vaut l'écu de Berne? (le louis à 10 florins $\frac{2}{3}$).

Dites: ſi 8 éc. valent 10 fl. $\frac{2}{3}$, combien 1 éc. : x = 1 fl. $\frac{1}{3}$, ou 1 fl. 5 bach.

Faiſant la régle, vous trouverez pour valeur, 1 fl. $\frac{1}{3}$ ou 1 fl. 5 bach.

QUESTION 4.

Combien vaut l'écu de Berne? (le louis à 11 florins).

Dites: ſi 8 écus valent 11 fl. combien 1 écu? : x = 1 fl. 5 b. 2 cr. 6 d.

Faiſant la régle, vous trouverez pour valeur, 1 fl. 5 bach. 2 cr. 6 den.

OBSERVATION.

Si l'on vouloit réduire l'argent de Fribourg en florins, on employera les mêmes principes que pour l'argent de Berne; en obſervant de

mettre néanmoins 8 écus 8 baches pour premier terme, lorſqu'on voudra réduire les écus; & 16 liv. 16 ſ., lorſqu'on voudra réduire les livres. Le reſte à l'ordinaire.

On obſervera de plus que, la diviſion ne pouvant pas ſe faire par 8 écus 8 baches, ſans réduire tout en baches, le premier terme ſera néceſſairement 168 baches; & le troiſième terme qui renfermera auſſi des écus, devra être auſſi réduit en baches.

Ce que nous diſons des écus s'applique auſſi aux livres, qui doivent être auſſi réduites à la petite eſpèce, c'eſt-à-dire, en ſols. L'opération par l'argent de Fribourg eſt plus difficile & plus fatiguante: mais pour éviter ces difficultés, il faut réduire l'argent de Fribourg en argent de Berne, & opérer enſuite d'après les principes pour l'argent de Berne. Il convient d'autant plus de faire ainſi, que tous les payemens ſe font en cette dernière monnoie.

Réduction des florins en livres, écus & louis de Berne.

PRINCIPE.

Pour réduire les florins en livres &c. on ſe ſervira des proportions déja indiquées; avec cette remarque que l'ordre des termes ſera changé. En place des livres au premier terme, on aura des florins rélatifs à la valeur du louis; au ſecond terme, on aura les livres; au troiſième terme, on aura les florins que l'on veut réduire.

QUESTION.

Dans 42 florins $\frac{2}{3}$, combien de livres de Berne? (le louis à 10 fl. $\frac{2}{3}$).

Dites: ſi 10 fl. $\frac{2}{3}$ valent 16^{tt}, combien 42 fl. $\frac{2}{3}$? : $x = 64^{tt}$ de Berne. Multipliez les termes moyens 16^{tt} par 42 florins $\frac{2}{3}$, vous trouverez 682^{tt}, 13 ſ. 4 den.; diviſez ce produit par le premier terme réduit en tiers ou par 32 tiers, vous aurez 21^{tt} 6 ſ. 8 den. pour le tiers, & multipliant ce quotient par 3, vous trouverez 64^{tt} de Berne.

Cette réduction eſt la preuve à la queſtion de la réduction des livres en florins.

QUESTION.

QUESTION.

Dans 56 florins $\frac{1}{4}$, combien d'écus de Berne? (le louis à 10 fl.)

Dites: si 10 fl. valent 8 écus, combien 56 fl. $\frac{1}{4}$? : x = 45 écus.

Multipliez 56 fl. $\frac{1}{4}$ par 8 écus, vous aurez au produit 450 écus; divisez ce produit par 10, vous trouverez 45 écus.

Cette réduction est la preuve à la question première de la réduction des écus en florins.

QUESTION.

Dans 300 florins, combien de louis? (le louis à 10 florins).

Dites: si 10 fl. valent 1 louis, combien 300 fl. ? : x = 30 louis.

Multipliez 300 fl. par 1 louis, vous aurez 300 louis; divisez ce produit par 10, vous aurez 30 louis. (*)

Cette réduction est la preuve à la question 2, de la réduction des louis en florins.

QUESTION.

Dans 290 florins, combien de louis? (le louis à 9 fl. $\frac{1}{3}$).

Dites: si 9 fl. $\frac{1}{3}$ valent 1 louis, combien 290 fl.? : x = 30 louis.

× 290

= 290 l^s. | 29. tiers.

= | 10 l^s. pour le $\frac{1}{3}$.

× 3.

30 louis.

Le premier terme étant fractionnaire, nous avons réduit le diviseur en tiers: nous avons eu 10 louis pour la valeur du $\frac{1}{3}$: multipliant ce quotient par 3, nous avons eu 30 louis pour la valeur du tout.

Cette réduction est la preuve à la question première de la réduction des louis en florins. Ces exemples donnés seront suffisans pour toute réduction de ce genre.

(*) Pour réduire les florins en louis, lorsque le louis est à 10 florins, vous retrancherez seulement un chifre par la droite; ce qui reste à gauche exprime des louis.

Évaluation du florin en argent de Berne, sous les quatre rapports de la valeur du louis.

Le florin (le louis à 9 fl. $\frac{1}{3}$) vaut = 16 bac. 2 cr. 2 d. $\frac{14}{25}$ de Berne.
Le florin (le louis à 10 fl.) vaut = 16 0 0
Le florin (le louis à 10 fl. $\frac{2}{3}$) vaut — 15 0 0
Le florin (le louis à 11 fl.) vaut — 14 bac. 2 cr. 2 d. $\frac{8}{11}$.

Pour trouver ces valeurs, on forme les proportions suivantes, disant :

1°. Si 9 florins $\frac{1}{3}$ valent 160 bach., combien vaudra 1 florin? x =
2°. Si 10 florins : 160 b. : : 1 florin : x valeur.
3°. Si 10 florins $\frac{1}{3}$: 160 b. : : 1 florin : x valeur.
4°. Si 11 florins : 160 b. : : 1 florin : x valeur.

En opérant d'après les principes, on trouve au quatrième terme x les valeurs, comme il est marqué ci-dessus.

Application des principes.

10 quintaux de riz ont coûté 84 florins (le louis à 10 fl.), combien le quintal, combien la ℔ argent de Berne?

1°. Cherchez la valeur de 84 florins, en disant:

Si 10 florins valent 8 écus, combien 84 florins? x = 67 éc. 4 bach.

En opérant, on trouve que les 10 quintaux valent 67 écus, 4 bach. valeur de Berne.

2°. Pour trouver la valeur du quintal, divisez la valeur des quintaux par 10.

Ci : 67 éc. 4 b. | 10
= | 6 éc. 14 b. 1 cr. 7 d. prix du quintal.

3°. Pour trouver la valeur de la ℔, divisez le prix du quintal par 100.

Ci : 6 éc. 14 b. 1 cr. 7 d. | 100
= | 1 b. 1 cr. 4 d. prix de la ℔.

ARTICLE VIII.

Réduction des richsdalers en argent de France, Berne, &c. & vice versâ.

Le richsdaler vaut 22 baches 2 cruches, ou 90 cruches. Le scallin vaut 11 cruch. $\frac{1}{4}$, ou 11 cruch. 3 den.: il faut 8 scallins pour faire un richsdaler.

Réduction des richsdalers en scallins, & vice versâ.

PRINCIPE.

Pour réduire les richsdalers en scallins, multipliez le nombre des richsdalers par 8, le produit donnera des scallins: & pour réduire les scallins en richsdalers, divisez par 8 le nombre des scallins, le quotient vous donnera des richsdalers. Ainsi dans 58 richsdalers vous aurez 464 scallins, & dans 464 scallins vous retrouverez 58 richsdalers. Ces opérations sont simples.

Réduction des richsdalers en louis-d'or.

Un louis-d'or vaut 7 richsdaler $\frac{1}{3}$ ou 165 baches. En effet, le richsdaler valant 22 bach. 2 cr., si vous multipliez 22 bach. 2 cr. par $7\frac{1}{3}$, vous trouverez pour valeur du louis-d'or 165 baches.

Le louis-d'or ou 8 écus, valant 7 richsdalers $\frac{1}{3}$ ou 165 bac.; 1 écu vaudra 20 bach. 2 cr. 6 d. ou 82 cruch. 6 d. Cela posé.

PRINCIPE.

Pour réduire les richsdalers en louis, il faut se servir d'une régle de trois, en disant: si 7 richsd. $\frac{1}{3}$ donnent 1 louis, combien tant de richsdalers donneront-elles de louis? Ces régles sont toujours directes.

QUESTION 1.

Ci : Dans 1760 richsdalers combien de louis ? Il y en a 240.

Dites : ſi 7 richsd. $\frac{1}{3}$ valent 1 louis : combien 1760 richsd. : $x =$

Multipliez 1 louis par 1760 richsdalers, vous aurez 1760 louis : diviſez ce produit par le premier terme réduit en tiers, c'eſt-à-dire par 22 tiers, vous aurez 80 louis pour prix du tiers, & en triplant ce quotient, vous aurez 240 louis pour valeur déſirée.

OBSERVATION.

Puiſque 7 richsd. $\frac{1}{3}$ valent 1 louis-d'or, il s'enſuit que 22 richsdalers vaudront 3 louis-d'or ; par conſéquent, on pourroit prendre 22 richsd. pour premier terme de la proportion, pour ſecond terme 3 louis-d'or, & pour troiſième terme on prendra le nombre de richsdalers qu'on propoſe à réduire en louis : l'opération ſeroit plus aiſée dans beaucoup de circonſtances : ainſi, ſans ſortir du même exemple, on auroit ci. . . 22 richsd. : 3 louis : : 1760 richsd. : $x =$ 240 louis-d'or.

QUESTION 2.

Ci : Dans 73 richsd. $\frac{1}{3}$ combien y a-t-il de louis ? $=$ 10 louis.

Dites : ſi 22 richsd. : 3 louis : combien 73 richsd. $\frac{1}{3}$: $x =$ 10 louis-d'or.

Multipliez les termes moyens 73 $\frac{1}{3}$ par 3, vous aurez 220 louis ; diviſez ce produit par 22, vous trouverez 10 louis pour valeur déſirée.

Réduction des louis-d'or en richsdalers.

PRINCIPE.

Pour réduire les louis en richsdalers, il n'y a qu'à multiplier le nombre des louis par 7 richsd. $\frac{1}{3}$, parce que ſi l'on établiſſoit la régle de trois, le diviſeur ſe trouveroit être toujours l'unité.

QUESTION 1.

Ci: Dans 10 louis-d'or combien de richsdalers? Il y en a 73 $\frac{1}{3}$.

Dites: ſi 1 louis vaut 7 richsd. $\frac{1}{3}$, combien 10 louis?: x = 73 richsd. $\frac{1}{3}$.

$$\begin{array}{r} \times \quad 7\frac{1}{3} \\ \hline 70 \\ 3\frac{1}{3} \text{ pour le } \frac{1}{3}. \\ \hline = 73\frac{1}{3}. \end{array}$$

QUESTION 2.

Ci: Dans 240 louis, combien y a-t-il de richsdalers?

Dites: ſi 1 louis vaut 7 richsd. $\frac{1}{3}$, comb. 240 louis? : x = 1760 richsd.

Multipliez ſeulement les termes moyens, vous trouverez 1760 richsd.

NOTA. 3 louis-d'or valent 22 richsdalers: par conſéquent, pour réduire les louis en richsdalers, on pourroit prendre pour premier terme de la proportion 3 louis; pour ſecond terme 22 richsdalers, & pour troiſième terme, on prendroit le nombre des louis à réduire. L'opération ſeroit auſſi aiſée, parce que par-là on évite la fraction du $\frac{1}{3}$.

Ces deux dernières régles ſont la preuve des deux régles précédentes.

Réduction des richsdalers en écus de France.

PRINCIPE.

Opérez toujours par régle de trois, en mettant 22 richsdalers au premier terme, & 24 écus au ſecond; ou bien 7 richsd. $\frac{1}{3}$ au premier terme, & 8 écus au ſecond &c. Le reſte à l'ordinaire.

Ci: Dans 55 richsdalers combien d'écus de France? : = 60 écus.

Dites: ſi 22 richsd. : 24 écus :: 55 richsd. : x = 60 écus.

Faiſant la régle, vous trouverez 60 écus.

PRINCIPE.

Pour réduire les écus en richsdalers, il n'y a qu'à changer l'ordre des termes, en mettant 24 écus au premier terme, & 22 richsdalers au ſecond &c.

Ci: Dans 60 écus combien de richsdalers?

Dites: ſi 24 écus : 22 richsd. :: 60 écus : $x = 55$ richsd.

Faiſant la régle, vous retrouvez 55 richsdalers.

Les principes établis pour l'argent de France ſont les mêmes que pour les écus & louis de Berne, attendu que les écus & louis ſont au pair, ainſi que nous l'avons déja dit.

Les principes pour la réduction de l'argent de Fribourg ſont encore les mêmes, pourvu néanmoins qu'on mette 8 écus 8 bach. tantôt au premier terme, lorſqu'on voudra réduire les écus en richsdalers; tantôt au ſecond, lorſqu'on voudra réduire les richsdalers en écus.

Cet argent étant le plus difficile à réduire à cauſe des fractions qui s'y trouvent, il faut, pour éviter bien des difficultés, le réduire en argent de Berne, & opérer enſuite d'après les principes donnés.

Réduction de l'argent de Piémont en celui de Fribourg, & de celui de Fribourg en celui de Piémont.

Réduction des écus de Piémont en écus de Fribourg.

PRINCIPE.

L'écu de Piémont vaut 25 baches du canton de Fribourg; l'écu petit du même canton vaut 20 baches, comme nous l'avons déja dit. Cela poſé: pour réduire les écus de Piémont en écus petits, multipliez 1°. par 25 baches les écus de Piémont, vous aurez un produit des baches; 2°. réduiſez ce produit des baches en écus petits d'après le principe établi pag. 44, vous aurez des écus petits.

Ci : dans 40 écus de Piémont, combien d'écus petits ? : $x = 50$ écus.

$$\begin{array}{r} \times\ 25 \\ \hline 200 \\ 80. \\ \hline 1000 \\ 50 \text{ éc.} \end{array}$$

PRINCIPE.

Pour réduire les écus petits de Fribourg en écus de Piémont, multipliez 1°. les écus petits par 20 baches, vous aurez un produit des baches : 2°. réduisez ces baches en écus bons. D'après le principe établi pag. 19, vous aurez des écus de Piémont.

Ci : Dans 50 écus petits, combien d'écus de Piémont ? : $x = 40$ éc.

$$\begin{array}{r} \times\ 20 \\ \hline 1000 \\ \times\ 4 \\ \hline 40 \text{ éc.} \end{array}$$

La réduction qu'on pourroit faire des écus bons en écus petits, & des écus petits en écus bons, est parfaitement la même que celle dont nous venons de parler.

Réduction des louis-d'or ou pistoles de Piémont en écus petits du canton de Fribourg.

PRINCIPE.

Le louis-d'or ou pistole de Piémont vaut 10 écus de Fribourg. Cela posé : pour réduire les pistoles en écus, multipliez le nombre des pistoles par 10, le produit vous donnera des écus.

On peut faire encore cette réduction de la manière la plus prompte : à la suite des pistoles ajoutez tout simplement un zéro, vous aurez des écus.

Ci : Dans 10 piſtoles combien d'écus petits ? : $x = 100$ écus.

Multipliez par 10 le nombre des piſtoles, ou mieux, ajoutez un zéro à la ſuite des piſtoles, vous aurez 100 écus.

Réduction des écus petits du canton de Fribourg en piſtoles de Piémont.

PRINCIPE.

Pour réduire les écus petits en piſtoles de Piémont, diviſez le nombre des écus par 10, le quotient vous donnera des piſtoles; ou mieux encore, du nombre des écus retranchez le dernier chifre, le reſte exprimera des piſtoles.

Ci : Dans 100 écus combien de piſtoles ? = 10 piſtoles.

Retranchez le dernier zéro de 10|0, vous aurez 10 piſtoles.

NOTA. Si le dernier chifre étoit autre que zéro, c'eſt-à-dire s'il étoit poſitif; alors ce chifre retranché exprimeroit des écus petits; leſquels on pourroit réduire en écus de Piémont d'après les principes donnés, ou bien on les laiſſeroit en même monnoie de Fribourg.

Ci : Dans 15|4 écus petits combien de piſtoles ? = 15 piſt. (4 éc.)

Retranchez toujours le dernier chifre, vous aurez 15 piſtoles de Piémont, & il reſtera 4 écus de Fribourg.

Réduction pour le canton de Fribourg des louis-d'or de France en louis de Piémont, & vice verſâ.

Ici, le louis de France & de Piémont ſont conſidérés relativement à la valeur qu'ils ont dans le canton de Fribourg : le premier y vaut 168 baches, le ſecond 200 baches. Cela poſé :

PRINCIPE.

Pour réduire les louis de France en louis de Piémont, réduiſez 1°. les louis de France en baches, en les multipliant par 168 ; 2°. réduiſez ces baches en écus de Piémont, ou en écus bons d'après le principe pag. 19 ; 3°. diviſez par 8 le nombre des écus, le quotient vous donnera des louis de Piémont.

Ci :

Ci : Dans 10 louis de France, combien de louis de Piémont ?

1°. Multipliez 10 par 168 baches, vous aurez 1680 baches; 2°. réduiſez ces baches en écus bons, vous aurez 67 écus, 5 baches; 3°. diviſez ces écus par 8, vous trouverez 8 louis, 3 écus, 5 baches : donc 10 louis de France ſe réduiſent à 8 louis de Piémont, 3 écus bons, 5 baches. (Les cinq baches reſtantes ſont valeur du canton de Fribourg.)

PRINCIPE.

Pour réduire les louis de Piémont en louis de France, multipliez 1°. les louis de Piémont par 200 baches; diviſez ces baches par 21, pour avoir des écus de France ; 3°. diviſez par 8 le nombre des écus, le quotient vous donnera des louis de France.

Ci : Dans 8 louis de Piémont, 3 éc. bons, 5 bac. combien de louis de Fr. ?

Multipliez 1°. les 8 louis par 200 baches, vous aurez 1600 baches ; à ce produit ajoutez les 3 écus réduits en baches, avec les 5 baches, vous aurez 1680 baches ; 2°. réduiſez ces baches en écus de France, en les diviſant par 21, vous trouverez 80 écus ; 3°. diviſez ce nombre par 8, vous trouverez 10 louis de France.

Ces réductions ſont très-néceſſaires dans le canton de Fribourg, où l'on ne commerce à-peu-près qu'avec l'argent de France & de Piémont.

Application des principes.

QUESTION GÉNÉRALE.

On a tiré une lettre d'échange ſur Joſeph, négociant, valeur de 64 louis de Piémont ; celui-ci ne pouvant payer qu'en écus petits de Fribourg, on demande quelle ſomme il doit payer en telles eſpèces ?

Réponſe. Ajoutez un zéro à la ſuite des louis, vous trouverez que Joſeph doit rembourſer 640 écus petits.

DE L'EXTRACTION DES RACINES CARRÉES.

La racine carrée doit être conſidérée comme la meſure parfaite de deux dimenſions, la longueur & la largeur.

Il ſuit de-là, qu'ayant trouvé la ſurface d'une figure auſſi irrégulière qu'on puiſſe la ſuppoſer, ſi l'on vouloit la réduire en un carré parfait, il faudroit (ſuppoſé que la pièce eut 49 toiſes carrées) extraire la racine carrée de 49 qui eſt 7; on formeroit enſuite un carré qui auroit 7 toiſes ſur toutes les faces, & dès-lors ce carré ſeroit égal en ſurface à la pièce irrégulière ſuppoſée.

Pour mieux comprendre cet énoncé, il faut ſavoir que, quand on dit carrer un nombre, c'eſt le multiplier par lui-même; enſorte que le produit du nombre par lui-même donne le carré du nombre: par exemple, ſi vous multipliez 6 par 6, vous aurez 36: alors, 36 ſera le carré de 6, & 6 ſera la racine.

De même, 7 par 7 donne 49: alors, 49 eſt le carré de 7, & 7 eſt la racine.

Table des racines & des carrés.

RACINES.									
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
CARRÉS.									
1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.

Par le moyen de cette table, on peut facilement extraire la racine carrée de tous les nombres qui ſont au-deſſus de 100, parce qu'ils ſont compris dans la table. Si l'on demandoit, par exemple, la racine carrée de 64, on regarderoit dans le point ſupérieur & correſpondant, & on trouveroit 8 pour racine: ſi l'on multiplie enſuite 8 par 8, on retrouvera le carré 64.

Mais ſi l'on ne trouve pas quelque nombre exactement contenu dans l'ordre des carrés, on prendroit alors celui qui ſeroit le plus ap-

prochant : par exemple, ſi l'on vouloit extraire la racine carrée de 50, on prendra 49, qui eſt le prochain carré au-deſſous de 50, dont la racine eſt 7 pour nombre entier ; le reſte, qui eſt 1, ſera une fraction dont nous parlerons ci-après.

Si le nombre dont on veut extraire la racine carrée, eſt plus fort que 100, comme le nombre 11560o, il faut opérer d'après les principes que je vais établir.

De l'extraction de la racine carrée.

PRINCIPE.

Pour extraire la racine carrée d'un nombre, il faut d'abord partager ce nombre en tranches, en commençant par la droite, enſorte que chaque tranche contienne deux chifres ſeulement, excepté la première à gauche qui peut n'en contenir qu'un ſeul.

11,56,00 | 340. *Racine.*

Après avoir diviſé le nombre par tranches de droite à gauche, il faut 1°. chercher le plus grand carré contenu dans la première tranche à gauche ; (ce carré ne pourra jamais être plus grand que celui de 9, parce que le carré de 10 contient trois chifres) ; 2°. il faut prendre la racine de ce carré ; 3°. l'écrire à la droite du nombre propoſé, ſouſtraire de cette première tranche le plus grand carré qui y eſt contenu, & écrire le reſte au-deſſous ; 4°. abaiſſer enſuite la ſeconde tranche à côté de ce reſte, en marquant d'un point le premier chifre de la tranche abaiſſée ; 5°. ce chifre marqué d'un point avec le reſte, ſert de dividende : pour avoir un diviſeur, il faut doubler la racine déja trouvée ; ce diviſeur ſe met au bas de la racine, à la place qu'occupe le quotient, dans la diviſion ordinaire.

Quand on a un diviſeur, on opère ainſi qu'il ſuit : on diviſe le dividende (c'eſt-à-dire la 2e tranche avec le reſte) par le diviſeur qui eſt le double de la racine trouvée ; le quotient qui en réſulte eſt la racine ou partie de la racine : mais avant de la placer à côté du chifre déja trouvé, il faut examiner ſi la ſomme qui provient du produit du diviſeur multiplié par la racine & du carré de cette racine, peut être ſouſ-

traite du dividende : ſi cette ſomme ne pouvoit pas être ſouſtraite, il faudroit diminuer d'une unité la racine déja trouvée ; enfin il faudroit la diminuer, juſqu'à ce que la ſouſtraction pût s'effectuer.

NOTA. 1°. Il eſt bon de remarquer que le produit de la racine par le diviſeur pourroit être bon ſelon la diviſion, mais qu'il ne l'eſt pas ſelon l'extraction des racines, à cauſe du carré de la racine qu'il faut ajouter à ce produit : alors il faut éprouver, ainſi que nous l'avons déja expliqué.

NOTA. 2°. Au produit de la racine par le diviſeur, il faut toujours ajouter le carré de la racine trouvée, en obſervant que ce carré doit être plus avancé d'un rang vers la droite que le produit du diviſeur.

Application des principes.

QUESTION I.

On demande d'extraire la racine carrée du nombre 115600?

OPÉRATION.

11,56,00	340.	Racine.	
9	6.	1er	Diviſeur.
256	68.	2d	Diviſeur.
256			
00.			

EXPLICATION.

Après avoir diviſé le nombre 11,56,00 par tranches de deux à deux, 1°. je commence par la première, en diſant : quel eſt le plus grand carré contenu dans 11 ? C'eſt 9, ſa racine eſt 3, que je poſe à la place des racines ; ſouſtraiſant le carré 9 de 11, il reſte 2 : 2°. à côté du reſte 2, je baiſſe la ſeconde tranche 56, & je frappe le chifre 5 d'un point pour m'annoncer qu'il va ſervir de dividende avec le reſte 2 ; enſorte que 25 ſera le dividende : cela fait, je double la racine déja trouvée ; dès-lors j'ai 6 pour diviſeur, & je dis : en 25 combien de fois 6 ? Il y eſt

contenu 4 fois; je place 4 à côté de la première racine 3 : cela fait, je multiplie à part cette seconde racine trouvée par le diviseur 6, le produit est 24; à ce produit j'ajoute le carré de 4 qui est 16 ; dès-lors le produit 24 avec le carré 16 avancé d'un rang vers la droite donne pour somme 256; laquelle soustraite du nombre 256, il ne reste rien.

3°. Je baisse la troisième tranche, qui est composée de deux zéros, & je double la racine 34, qui me donne 68, pour en former mon diviseur; je dis alors : en zéro combien de fois 68 est-il contenu ? Comme il n'y est pas contenu, je mets zéro au quotient : dès-lors l'opération est finie, & le nombre 340 est la véritable racine du nombre 115600.

Pour faire la preuve, il faut multiplier la racine par elle-même : si le produit redonne le nombre carré, l'opération est bonne : c'est ce qu'on trouve dans l'exemple donné.

(*) Comme on ne comprendroit peut-être pas tout-à-coup, comment le carré 16 de la seconde racine 4, se trouvant avancé d'un rang vers la droite, donne 256 avec le produit de la racine 4 par le diviseur 6, je mettrai sous les yeux cette position.

Produit de la racine 4 par le diviseur 6	=	24
. . . . . carré de la racine 4	=	.16
Total	=	256.

Soustraisant ce produit de 256, il ne reste rien ; ainsi que nous l'avons déja dit.

On distingue différens membres dans l'extraction de la racine comme dans la division. Le premier membre est la première tranche; le second membre est la seconde tranche, jointe au reste de la première soustraction. Lorsque la tranche baissée à côté du reste n'est pas suffisante pour contenir le diviseur, il faut mettre zéro à la racine. Remarquez qu'en

(*) Dans le traité du toisé, j'expliquerai pourquoi le carré de la seconde racine est avancé d'un rang vers la droite.

cherchant les chifres de la racine, on peut ſe tromper, ou en prenant un chifre trop grand ou trop petit : on évite la première erreur, en s'aſſurant que la ſomme du produit du diviſeur par le chifre éprouvé & qui doit être mis à la racine avec le carré de ce chifre, peut être ſouſtraite du membre ſur lequel on opère. Pour éviter la ſeconde, il faut voir ſi, la ſouſtraction faite, le reſte eſt tellement grand qu'il puiſſe contenir le nouveau diviſeur ; ſi cela étoit, ce ſeroit une preuve que le dernier chifre mis à la racine n'eſt pas aſſez grand ; alors il faudroit l'augmenter d'une unité & continuer à faire l'épreuve.

De l'utilité & uſage de la racine carrée.

L'utilité de l'extraction des racines ſe verra principalement dans la Géométrie. Elle ſert à connoître les côtés d'un triangle; ce qui eſt d'une néceſſité indiſpenſable, lorſqu'on ne peut pas approcher des endroits pour les meſurer : elle ſert à connoître les perpendiculaires ; elle eſt très-utile pour la guerre ; elle ſert à former un bataillon carré ; connoiſſance indiſpenſable pour un général d'armée, &c.

QUESTION 2.

Un général d'armée n'ayant que 25600 hommes effectifs, ſe trouve attaqué tout-à-coup par une armée forte de 70000 hommes. D'après les loix de la tactique, le général attaqué ne peut réſiſter qu'autant qu'il formera ſes 25600 hommes en bataillon carré ; cela étant, quel front préſentera ſon armée, ſur quelque côté qu'on l'attaque ?

SOLUTION.

Extraiſez la racine carrée de 25600, d'après les principes donnés, vous trouverez 160 ; enſorte qu'il y aura 160 hommes tant aux deux fronts qu'aux deux côtés, & le bataillon ſera parfaitement carré.

OPÉRATION.

2,56,00	160.	Racine.
1	2.	1er Diviſeur.
156	32.	2e Diviſeur.
156		
... 00		

EXPLICATION.

1°. Le plus carré contenu dans 2, eſt 1 : ſa racine eſt 1, que je poſe à la place des racines : je ſouſtraîs le carré 1 de 2, il reſte 1.

2°. A côté du reſte 1, je décends la tranche ſuivante 56, dès-lors 15 devient le dividende : pour former mon diviſeur, je double la racine trouvée 1, il vient 2 pour diviſeur; cela étant, je dis : en 15, combien de fois 2 eſt-il contenu ? Il eſt réellement contenu 7 fois : mais comme le 7 eſt trop fort, je mets 6 à la racine à côté de la première racine trouvée; je multiplie cette racine 6 par le diviſeur 2, ce qui donne 12; à ce produit j'ajoute le carré de 6 qui eſt 36, mais avancé d'un rang vers la droite.

Ci . . 12
36
156

Dès-lors j'ai 156; laquelle ſomme ſouſtraiſant de 156, il ne reſte rien.

3°. Je deſcends la troiſième tranche qui eſt 00; je forme mon diviſeur, qui doit être le double de la racine trouvée 16; par conſéquent 32 ſera le diviſeur : cela poſé, je dis : en zéro combien de fois 32 eſt-il contenu ? Il n'eſt pas contenu; je mets zéro au quotient, & l'opération eſt finie : enſorte que 160 eſt la vraie racine du nombre 25600.

Si l'on multiplie 160 par 160, on trouvera 25600 : c'eſt la preuve.

NOTA. Quelquefois il arrive qu'on ne peut pas trouver la racine exacte d'un nombre; auſſi allons-nous donner le principe pour en approcher le plus près poſſible.

QUESTION 3.

Extraiſez la racine carrée du nombre 209254.

OPÉRATION.

Après avoir partagé par tranches le nombre donné, on aura ci :

20,92,54	457.	Racine.
16	8.	1er Diviseur.
492	90.	2d Diviseur.
425		
6754		
6349		
Reste = 405.		

Ensorte que la racine du nombre donné sera 457, avec le reste 405.

Si l'on multiplie la racine 457 par elle-même, & qu'au produit on ajoute le reste 405, on trouvera le nombre 209254.

Le nombre ci-dessus n'est pas carré, puisqu'il reste 405 ; mais si l'on vouloit le rendre parfaitement carré, & qu'on voulut par conséquent avoir 458 pour racine, sans reste, au lieu de 457, combien faudroit-il ajouter au dit nombre, & comment faudroit-il opérer ?

OPÉRATION.

1°. Doublez la racine trouvée 457, vous aurez 914 ; 2°. à cette somme ajoutez 1, vous aurez 915 ; 3°. de cette somme tirez le reste 405, il restera 510, qui sera le nombre qu'il faut ajouter au nombre proposé pour le rendre exactement carré ; 4°. ajoutez donc 510 avec 209254, vous aurez 209764 ; 5°. extraisez la racine carrée de ce nombre, vous aurez pour racine exacte 458.

Si, au lieu d'augmenter la racine, on vouloit exprimer en fraction le reste de l'extraction ci-dessus, il faudroit doubler la racine 457, plus 1, & on auroit 915 pour dénominateur ; & le reste 405 étant le numérateur, on auroit la fraction $\frac{405}{915}$: ensorte que la véritable racine du nombre proposé seroit $457\ \frac{405}{915}$.

Si l'on ne vouloit ni carrer le nombre pour avoir la racine exacte, ni exprimer en fraction le reste, mais qu'on voulut approcher autant que possible de la véritable racine, comment faudroit-il opérer ?

PRINCIPE.

PRINCIPE.

Il faudroit mettre deux zéros à côté du dernier reſte, doubler la racine trouvée, & opérer comme ci-devant : cette nouvelle racine exprimeroit des $\frac{1}{10}$ dixièmes. On trouveroit encore un reſte ; à côté de ce reſte on mettroit encore deux zéros, & opérant comme ci-deſſus, on trouveroit des centièmes $\frac{1}{100}$. Continuant d'opérer, en mettant deux zéros, on trouveroit des $\frac{1}{1000}$, &c. ; enfin on approcheroit autant que poſſible, mais jamais on ne la trouveroit exactement.

Il ne faut pas oublier de doubler la racine trouvée, tant la racine des entiers que celle des décimales ; ſans cela, voulant continuer ſon opération, on ne trouveroit jamais la racine déſirée, faute du diviſeur qu'on n'auroit pas formé par le double des racines trouvées.

EXEMPLE.

Extraiſez la racine carrée du nombre 12.

12	3. 4′ 6″ 4‴ Racine.
9	6. Premier Diviſeur.
300	68. Second Diviſeur.
256	692. Troiſième Diviſeur.
4400	
4116	
28400	
27696	
Reſte . . 704.	

Si l'on vouloit pourſuivre & chercher des $\frac{1}{10000}$, on mettroit encore deux zéros à côté du reſte 704, & doublant toujours la racine trouvée, on opéreroit comme ci-deſſus.

Le premier chifre 3 marque les entiers ; le ſecond chifre 4′ frappé d'une virgule, marque les dixièmes ; le troiſième 6″ frappé de deux

virgules, marque des centièmes; le quatrième $4'''$ frappé de trois virgules, marque des millièmes, &c.

Enſorte que la racine carrée très-approchée du nombre 12, ſeroit $3 \cdot \frac{4}{10}\ \frac{6}{100}\ \frac{4}{1000}$.

PREUVE.

$$\begin{array}{r} 3.464 \\ \times\ 3.464 \\ \hline 13856 \\ 20784. \\ 13856.. \\ 10392... \\ \hline 11.999296 \end{array}$$

Le multiplicande & le le multiplicateur donnent enſemble ſix decimales; par conſéquent la dernière décimale du produit exprime des $\frac{1}{1000000}$. On voit par-là combien on approche de la véritable racine, puiſqu'on retrouve preſque le nombre 12 moins une millionnaime partie; encore approcheroit-on davantage ſi on le vouloit.

Dans l'article des fractions décimales, que je donnerai dans le traité du toiſé, on verra la raiſon de cette opération infiniment belle & très-aiſée.

Principe pour tirer la racine carrée des entiers joints à des fractions.

Tirez la racine carrée de $2280\frac{1}{12}$.

SOLUTION.

1°. Réduiſez tout en ſeizièmes, vous aurez $\frac{36481}{16}$; 2°. tirez la racine carrée du numérateur & du dénominateur, vous aurez $\frac{191}{4}$, & tirant les entiers, vous aurez $47\ \frac{3}{4}$ pour racine carrée.

QUESTION GÉOMÉTRIQUE,

Connoiſſant le carré conſtruit ſur le plus grand côté d'un triangle-rectangle, connoître le côté.

SOLUTION.

C'eſt un principe fondamental, en géométrie, que le carré conſtruit ſur le plus grand côté d'un triangle-rectangle eſt toujours égal à la ſomme des carrés conſtruits ſur les deux autres côtés: enſorte que ſi, ſur les côtés du triangle-rectangle *A B C*, (*fig.* 1.), on forme trois carrés *M*, *N*, *O*, comme on le voit dans la figure 2, le carré *O* ſera égal en ſurface aux deux autres côrés *M*, *N*. Ainſi, ſi nous ſuppoſons le côté *a b* (dans la *fig.* 2.) de 12 toiſes, ſon carré ſera de 144 toiſes; & ſi nous ſuppoſons le côté *a c* de 5 toiſes, ſon carré ſera de 25 toiſes; ajoutant enſuite ces deux carrés, on a le nombre 169, qui ſera le carré du grand côté *b c*. Cela étant, connoiſſant le carré *O* de 169 toiſes, on demande de connoître le côté *b c* ?

Pour cela, il n'y a qu'à extraire la racine carrée de 169 toiſes, on trouvera 13 pour la valeur du côté *b c*.

Ci . .	1,69	13.	Racine.
	1	2.	Diviſeur.
	.69		
	69		
	..		

On ſent par cette queſtion, combien il eſt important de connoître la théorie de l'extraction des racines: elle eſt tellement importante que, ſans elle, on ne pourroit faire que très-peu d'opérations en géométrie: c'eſt dire aſſez, pour qu'on doive s'y appliquer de plus en plus.

Dans notre traité du toiſé & de géométrie, on verra avec étonnement l'étendue de cette queſtion, & la néceſſité où l'on ſe trouve de ſavoir connoître le troiſième côté d'un triangle, & cela pour faire des opérations qui certainement dédommageront, avec uſure, de la peine qu'on pourroit prendre pour acquérir de ſi belles connoiſſances.

Fig. 1.

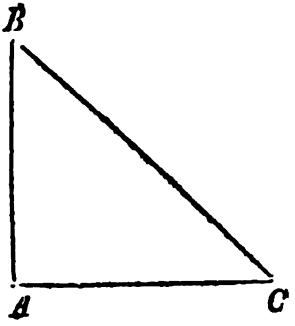
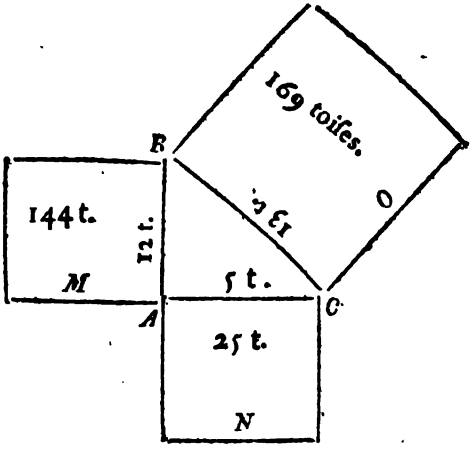


Fig. 2.



Nous ne parlerons pas ici de la racine cubique : nous renvoyons à traiter cette extraction dans notre traité du toisé & de géometrie, où je parlerai encore de la racine carrée.

Fin de la cinquième Partie.

QUESTIONNAIRE.

Les queſtions que je vais propoſer, ſont à-peu-près toutes de pure utilité : j'ai cru, en les propoſant, faire plaiſir à ceux qui, déja forts dans le calcul, aiment à s'exercer ſur des choſes un peu difficiles : j'aurai ſoin, néanmoins, lorſque je verrai que certaines préſenteront trop de difficulté, de frayer la voie, pour qu'on trouve la ſolution déſirée.

QUESTION 1. *Sur les grands carrés.*

Un commiſſaire requis d'arpenter le pré de Thomas, a trouvé que la longueur étoit de 242 toiſes, 2 pieds, 3 pouces, 4 lignes; & la largeur de 12 toiſes, 4 pieds, 6 pouces, 2 lignes. Cela poſé, on demande quelle ſurface doit trouver le commiſſaire ?

POSITION.

Longueur d'un pré = 242 t. 2 pi. 3 po. 4 lig.
Largeur . . . . . = 12 4 6 2

484	0	0	0	
242.				
...4	0	0	0	pour les 2 pi. par 12 t.
....	3	0	0	pour les 3 po. par 12 t.
....	.	4	0	pour les 4 lig. par 12 t.
.121	1	1	8	pour 3 pieds.
..40	2	4	6. $\frac{8}{3}$	pour 1 pied.
..20	1	2	3 $\frac{1}{3}$	pour 6 pouces.
....	3	4	4	pour les 2 lignes.

Surface = 3090 t. 5 pi. 4 po. 10 lig.

EXPLICATION.

Pour faire cette régle, il faut multiplier tout le multiplicande par chaque membre du multiplicateur, mais ſelon le principe de multiplication qui lui convient dans ſon rang de fraction, (voyez p. 96 & 97.) 1°. On multiplie tout le multiplicande par 12 toiſes, ſe rappellant toujours que les toiſes par les pieds donnent des pieds, les toiſes par les pouces, des pouces &c. Les réductions ſe font à proportion. Quand on vient à multiplier le multiplicande par les 4 pieds, on prend la moitié du multiplicande pour 3 pieds qui ſont la moitié de la toiſe: 2°. pour l'évaluation du pied, on prend le tiers de la valeur de 3 pieds: 3°. pour les 6 pouces, on prend la moitié de la valeur du pied: 4°. pour l'évaluation des deux lignes, il faut chercher à part la valeur d'un pouce & celle de 6 lignes; & quand on a la valeur des 6 lignes, on prend le tiers de cette valeur pour les 2 lignes.

On doit faire bien attention à cette explication; bien entendue, elle fera entrer facilement dans la connoiſſance & la pratique des opérations les plus difficiles qui pourroient ſe préſenter, tant ſur les carrés que ſur les cubes. J'ai fait l'opération dans ſon entier, afin qu'elle ſerve de modèle & qu'on ne ſoit jamais embarraſſé. Pour l'évaluation des 2 lignes, j'ai négligé un infiniment petit de fraction ſur fraction, & j'ai retenu les parties les plus approchantes de l'entier. En réduiſant les dimenſions à la petite eſpèce, on trouve le même réſultat; mais cette opération eſt très-pénible, très-laborieuſe; il faut s'en tenir à la première, qui ne préſente pas de difficulté.

AVERTISSEMENT.

Pour la réduction des carrés, on eſt très-ſouvent obligé de diviſer par 144: par exemple, ſi l'on vouloit réduire des lignes en pouces, des pouces en pieds, il faudroit diviſer par 144; mais au lieu de diviſer par 144, on diviſe plus commodément deux fois par 12, & on eſt aſſuré de trouver le même réſultat.

Je ſuppoſe qu'on ait 4548 pouces à réduire en pieds carrés, en diviſant par 144, on trouvera 31 pieds $\frac{7}{12}$. De même ſi vous di-

viſez 4548 deux fois par 12, vous trouverez le même réſultat. Cette dernière diviſion eſt très-uſitée dans le toiſé.

QUESTION 2. *Sur les cubes.*

Cherchant la ſolidité d'un ouvrage de maçonnerie qui auroit 16 toiſes, 4 pieds, 8 pouces de longueur, 2 toiſes 3 pieds de largeur, 7 toiſes 2 pieds de hauteur, quel cube trouvera-t-on?

(Cet ouvrage auroit 307 toiſes cubes, 3 pieds, 6 pouces, 8 lign.)

1re OPÉRATION.

Multipliez la longueur	=	16 toiſes,	4 pieds,	8 pouces.
par la largeur	=	2	3	0
Vous aurez . . .	=	41 toiſes,	5 pieds,	8 pouces.

2de OPÉRATION.

Multipliez encore ce produit	=	41 toiſ.	5 pi.	8 pouc.	0 lig.
par la hauteur	=	.7	2	0	0
Vous aurez pour le cube	=	307 toiſ.	3 pi.	6 pouc.	8 lig.

Je n'ai fait qu'indiquer ici les produits: dans le traité du toiſé où il ſera principalement queſtion de ces grandes opérations, nous entrerons dans un plus grand détail. En attendant, on peut s'exercer avec les principes donnés, ſans trouver d'embarras. Au reſte, dans ces opérations on néglige les lignes, quelquefois même les pouces; dès-lors les opérations ſont très-faciles. Dans le traité du toiſé, je ferai voir encore les grands carrés & les grands cubes par les fractions décimales; ce qui ne manquera pas de jetter le plus grand jour ſur les opérations qui ſe rencontrent dans les opérations par la toiſe compoſée d'élémens décimaux, comme il eſt énoncé pag. 94 & 95.

Comme l'addition & la ſouſtraction ſe prouvent l'une par l'autre, je ne ferai point de diſtinction entre les queſtions qui les regardent.

QUESTION 3.

Quel eſt le nombre qui joint avec $5\frac{1}{3}$, fait $8\frac{3}{4}$?

Ci: De $8\frac{3}{4}$ tirez $5\frac{1}{3}$, vous trouverez $3\frac{5}{12}$ pour le nombre requis. Pour preuve, ajoutez $5\frac{1}{3}$ avec $3\frac{5}{12}$, vous retrouverez $8\frac{3}{4}$.

Un maître tailleur ayant beſoin de 8 aunes $\frac{3}{4}$ de drap de Sedan pour faire un ouvrage, va chez Joſeph, marchand, où il ne trouve que 5 aunes $\frac{1}{3}$ de pareille étoffe; cela poſé, on demande combien il faut que le tailleur en prenne chez un autre marchand pour acheter ſon ouvrage?

Opérez ſelon la régle ci-deſſus, vous trouverez qu'il faut que le tailleur en prenne 3 aunes $\frac{5}{12}$ chez le ſecond marchand.

QUESTION 4.

Quel eſt le nombre duquel ôtant $22\frac{1}{4}$, le reſte eſt $8\frac{1}{3}$?

Ci: Ajoutez $22\frac{1}{4}$ avec $8\frac{1}{3}$, vous trouverez $30\frac{7}{12}$ pour nombre requis.

Pour preuve, de $30\frac{7}{12}$ tirez $22\frac{1}{4}$, vous trouverez $8\frac{1}{3}$ pour reſte.

APPLICATION.

Un marchand avoit une pièce d'étoffe, de laquelle, après en avoir vendu 22 aunes $\frac{1}{4}$, il lui en reſte $8\frac{1}{3}$; on demande combien d'aunes contenoit la pièce entière?

Opérez comme ci-deſſus, en ajoutant 22 aunes $\frac{1}{4}$ avec 8 aunes $\frac{1}{3}$, vous trouverez que la pièce contenoit 30 aunes $\frac{7}{12}$.

QUESTION 5.

La multiplication & la diviſion ſe prouvant l'une par l'autre, je joindrai les deux opérations enſemble.

Quel eſt le nombre qui ſe trouvant multiplié par $2\frac{1}{3}$, donne pour produit $12\frac{1}{4}$?

Ci: Diviſez $12\frac{1}{4}$ par $2\frac{1}{3}$, vous trouverez au quotient $5\frac{1}{4}$ pour le nombre requis.

Pour preuve, multipliez $2\frac{1}{3}$ par $5\frac{1}{4}$, vous trouverez au produit $12\frac{1}{4}$.

APPLICATION.

APPLICATION.

Thomas ſachant que l'aune d'une certaine étoffe coûte $2^{tt}\frac{1}{3}$, donne à ſon domeſtique $12^{tt}\frac{1}{4}$ pour acheter de cette étoffe; on demande combien d'aunes & parties d'aunes recevra le domeſtique pour la valeur de l'argent reçu?

Opérez comme deſſus, vous trouverez que le domeſtique recevra 5 aune $\frac{1}{4}$.

QUESTION 6.

Quel eſt le nombre qui ſe trouvant diviſé par 24, donne pour quotient $24\frac{1}{3}$.

Ci: Multipliez 24 par $24\frac{1}{3}$, vous trouverez 584 pour nombre requis.

Pour preuve, diviſez 584 par 24, vous trouverez au quotient $24\frac{1}{3}$.

APPLICATION.

Quelle ſomme faut-il avoir à diſtribuer à 24 perſonnes, afin que chacune ait $24^{tt}\frac{1}{3}$?

Opérez comme deſſus, en multipliant 24 par $24\frac{1}{3}$, vous trouverez 584^{tt}: diviſez cette ſomme à 24 perſonnes, chacune aura $24\frac{1}{3}$.

Régles de compagnie & de fauſſe poſition.

QUESTION 7.

Quel eſt le nombre duquel ayant ôté le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$ & le $\frac{1}{8}$, le reſte eſt 64? Ce nombre eſt 256.

SOLUTION.

1°. Suppoſez que ce nombre ſoit 12; de ce nombre tirez le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$ & le $\frac{1}{8}$, vous aurez 9: car $4+3+2=9$. 2°. De 12 tirez 9, il reſtera 3, & cependant il devoit reſter 64, d'après les conditions du problême. Dites donc par régle de trois:

Si 3 vient de 12, d'où viendra 64? : $x=256$.

Après avoir opéré, on trouve que 64 vient de 256.

3°. De 256 tirez le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$ & le $\frac{1}{6}$, vous trouverez 64 pour reſte.

Ci: De 256 tirez le $\frac{1}{3}$, vous aurez = $85\frac{1}{3}$.
... tirez le $\frac{1}{4}$, vous aurez = 64.
... tirez le $\frac{1}{6}$, vous aurez = $42\frac{2}{3}$.

Total . . = 192.

4°. De 256 tirez 192, vous trouverez 64 pour reſte.

APPLICATION.

Quatre perſonnes ont une certaine ſomme à partager: Joſeph doit avoir le $\frac{1}{3}$, Jean le $\frac{1}{4}$, Pierre le $\frac{1}{6}$, Thomas 64^{tt}; on demande quelle eſt la ſomme à partager, & la part des trois premiers?

Opérez comme deſſus, vous trouverez que la ſomme à partager eſt 256^{tt}: ayant la ſomme, il n'y a rien de difficile dans l'opération.

Diviſion. Joſeph = $85^{tt}\frac{1}{3}$ pour ſon $\frac{1}{3}$.
Jean = 64 . . pour ſon $\frac{1}{4}$.
Pierre = $42\frac{2}{3}$ pour ſon $\frac{1}{6}$.
Thomas = 64 . pour le reſte.

256^{tt}. C'eſt la preuve.

NOTA. Tout conſiſte, pour faire ces opérations, à trouver un nombre qui ait $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ &c. ou qui ſoit diviſible par les dénominateurs des fractions: ſi l'on ne pouvoit pas le trouver commodément, il foudrait ſe ſervir de la méthode que j'ai indiquée dans l'article de la réduction, au même dénominateur, pag. 120.

QUESTION 8. *Sur les régles de compagnie.*

Quatre négocians ont fait un fond: Jean a mis 40^{tt} le premier Janvier; Auguſtin n'a pu miſer que le premier Novembre; Jacques n'a pu miſer que le premier Juillet; Paul n'a pu miſer que le premier Octobre: ayant gagné 1200^{tt}, on demande combien les trois der-

niers doivent mettre en maſſe, afin d'avoir une portion égale ſur le gain?

SOLUTION.

La ſolution de ce problême conſiſte à trouver la miſe égale de chacun; puiſque, par la ſuppoſition, les portions ſur le gain doivent être égales. Or pour trouver ces miſes égales, il faut diviſer la miſe du premier par le tems reſpectif que l'argent de chacun reſte dans la ſociété; le quotient indiquera ce que chaque ſociétaire doit mettre en maſſe: la miſe du premier ou de Jean ſe trouve, en multipliant, 40^{tt} par 12 mois, puiſqu'il a miſé le premier Janvier = 480^{tt}. Cela poſé, pour trouver la miſe d'Auguſtin, il faut diviſer la miſe du premier 480^{tt}, par le tems où Auguſtin a commencé d'entrer dans la ſociété, c'eſt-à-dire, par 2, puiſqu'il n'eſt entré que le premier Novembre; vous aurez dès-lors 240^{tt} pour ſa miſe. Faites de même pour les deux autres, & vous trouverez 80^{tt} pour miſe de Jacques, & 160 pour miſe de Paul. Multipliez à préſent chaque miſe reſpective par le tems reſpectif de chacun, vous trouverez que toutes les miſes ſont égales. En effet,

ci: miſe de Jean	=	40^{tt}	×	12 mois	=	480^{tt}
miſe d'Auguſtin	=	240	×	2 mois	=	480
miſe de Jacques	=	80	×	6 mois	=	480
miſe de Paul	=	160	×	3 mois	=	480

1920^{tt}. Miſe totale.

Les miſes étant égales, les gains doivent être égaux; ce qui eſt évident:

	miſe totale		gain total		miſe part.		gain part.
Ci: Jean =	1920	:	1200	::	480	:	300^{tt}
Auguſtin =	1920	:	1200	::	480	:	300
Jacques =	1920	:	1200	::	480	:	300
Paul =	1920	:	1200	::	480	:	300

1200. Preuve.

QUESTION 9.

On veut vendre un tas de foin qui a 40 pieds de longueur, 30 pieds de largeur, & 20 pieds de hauteur, pour la ſomme de 30 louis-d'or: Jean, acheteur, voulant le faire manger par 50 vaches, demande combien de pieds cubes a le tas, combien de tems les 50 vaches doivent employer pour le manger, (une vache mangeant 5 pieds cubes par jour), combien coûtera le pied cube, combien coûtera l'hyvernage d'une vache au même prix, (l'hyvernage durant 190 jours)?

OPÉRATION 1.

Ce tas aura 24000 pieds cubes: en effet 40 pieds × 30 pieds × 20 pieds = 24000 pieds.

OPÉRATION 2.

Pour trouver combien de tems les 50 vaches doivent employer pour manger le dit tas, il faut faire une double régle de trois; ou bien en la réduiſant à une ſimple régle de trois, d'après les principes établis pag. 213, on trouvera que les 50 vaches mettront 96 jours pour manger le dit tas. En effet, dites: Si une vache met un jour pour manger 5 pieds cubes de foin, 50 vaches en combien de jours, x, mangeront-elles 24000 pieds?

Multipliez continuement le premier, ſecond & ſixième termes l'un par l'autre, vous aurez 24000 pour produit, lequel ſervira de dividende: multipliez enſuite le troiſième & quatrième termes, vous aurez pour produit 250, lequel nombre ſera le diviſeur: effectuez la diviſion de 24000 par 250, vous trouverez 96 pour nombre des jours que les 50 vaches mettront pour manger le tas de foin, comme nous l'avons déja dit.

OPÉRATION 3.

Pour trouver la valeur du pied cube, il faut diviſer 30 louis-d'or par 24000 pieds: réduiſant les 30 louis en deniers, parce que la diviſion ne peut s'effectuer que ſur cette quantité, on aura 241920 de-

niers à diviſer par 24000; ce qui donne 10 den. $\frac{5}{25}$ pour valeur du pied cube de foin.

NOTA. 30 louis = 252 éc. = 5040 bach. = 20160 cr. = 241920 d.

OPÉRATION 4.

Combien coûtera la dépenſe par jour d'une vache, mangeant 5 pieds cubes de foin, le pied à 10 den. $\frac{5}{25}$ de den? Elle coûtera 1 bach. 2 d. $\frac{1}{5}$.

Pour trouver cette dépenſe, dites :

Ci . . Le pied à 10 den. $\frac{5}{25}$.
Combien valent 5 pieds?

Valeur en deniers = 50 den. $\frac{5}{5}$ de denier.
Valeur en baches = 1 bach. 2 d. $\frac{1}{5}$. Dépenſe d'une vache par jour.

OPÉRATION 5.

Combien coûtera l'hyvernage d'une vache au même prix, (l'hyvernage durant 190 jours)? 1°. Cherchez combien de pieds cubes de foin la vache mangera pendant 190 jours, en diſant :

Ci: Si dans 1 jour la vache mange 5 pieds, combien dans 190 jours ? : $x = 950$ pieds.

Multipliez les termes moyens, vous trouverez qu'elle mangera 950 pieds cubes.

2°. Pour trouver le prix de l'hyvernage, dites:

Le pied du foin à 10 den. $\frac{5}{25}$ de denier.
Combien valent 950 pieds?

9500
..76 pour la fraction.

Valeur en deniers = 9576 den.
Valeur en cruches = .798 cruch.
Valeur en baches = .19|9 bach. 2 cr.
Valeur en écus = ..9 éc. 19 b. 2 cr. prix de l'hyvernage.

Cette queſtion eſt très-difficile. Je l'ai faite en entier pour une plus grande intelligence, & ſur-tout parce qu'elle eſt de pratique dans le canton de Fribourg.

QUESTION 10.

Joſeph a mis dans le commerce 3000 écus : ſe trouvant avoir gagné 153 écus au bout de l'an, il demande combien il a gagné par $\frac{0}{0}$, & à combien ſon argent ſe trouvoit placé ?

SOLUTION.

1°. Pour trouver combien Joſeph a gagné par $\frac{0}{0}$, dites par régle de trois :

Si 3000 éc. produiſent 153 éc., combien produiront 100 éc. ? : x =

Faiſant la régle, on trouve que Joſeph a gagné 5 écus, 2 bach. par $\frac{0}{0}$.

2°. Joſeph ayant gagné 5 écus 2 bach. par $\frac{0}{0}$, ſe trouve avoir placé ſon argent au $5\frac{1}{10}$ pour $\frac{0}{0}$, en effet, 2 baches étant le $\frac{1}{10}$ de l'écu, on a la proportion ſuivante :

Si 100 écus gagnent 5 écus $\frac{1}{10}$, combien gagneront 3000 éc. ? : x =

Faiſant la régle, on retrouve 153 écus : c'eſt la preuve.

QUESTION 11.

À une échevette qui a mille tours, & qui a été faite ſur un dévidoir d'une aune & demi-quart de circonférence ; combien faut-il ajouter de tours en ſus du millier, pour qu'elle puiſſe avoir autant de fil qu'une autre échevette auſſi de mille tours, mais faite ſur un dévidoir d'une aune & demie de circonférence ? Réponſe. Il faut ajouter 333 tours $\frac{1}{3}$.

SOLUTION.

Ce problême paroît tout-à-coup très-difficile ; cependant ſi l'on fait attention à ſa nature, on verra que, devant ſe traiter par régle de trois inverſe, il ne préſente plus la même difficulté. En effet, de quoi eſt-il queſtion dans ce problême ? Il eſt queſtion de ſavoir combien 1000 tours, faits ſur un dévidoir d'une aune $\frac{1}{4}$ de circonférence, en valent ſur un dévidoir d'une aune & $\frac{1}{4}$.

Dites, par régle de trois inverſe :

Ci : $1\frac{1}{4}$ circonférence : 1000 tours :: $1\frac{1}{4}$ circonférence : x = 1333 $\frac{1}{3}$ t.

Multipliez les deux premiers termes, & diviſez le produit par le troiſième, vous trouverez 1333 tours $\frac{1}{3}$. Enſorte que 1000 tours faits ſur un dévidoir d'une aune $\frac{1}{2}$, en valent 1333 $\frac{1}{3}$ ſur un devidoir d'une aune & $\frac{1}{3}$: donc ſur ce dévidoir il faudra faire 333 tours $\frac{1}{3}$ en ſus d'un millier, pour que l'échevette puiſſe avoir autant de fil que celle faite ſur le dévidoir d'une aune & $\frac{1}{2}$ de contour ou de circonférence.

Pour faire la preuve, examinez ſi 1333 tours $\frac{1}{3}$ ſur le dévidoir d'une aune & $\frac{1}{3}$, n'en valent que 1000 ſur le dévidoir d'une aune & $\frac{1}{2}$. En diſant par ſon contraire :

Ci. $1\frac{1}{3}$ circonférence : 1333 tours $\frac{1}{3}$: : $1\frac{1}{2}$ circonférence : x = 1000 tours.

Multipliez les deux premiers termes, & diviſez le produit par le troiſième, vous retrouverez 1000 tours : c'eſt la preuve. (Ce problême eſt de pratique.)

QUESTION 12.

Joſeph, négociant, a acheté un bien qui doit les lods au 10 pour $\frac{0}{0}$: ce bien ayant coûté 50000 écus, tant pour le bien que pour les lods; on demande le prix du bien & le montant des lods ?

SOLUTION.

Les lods étant au 10 pour cent, dites, par régle de trois directe : Si 110 éc. ſe réduiſent à 100, à combien ſe réduiront 50000 éc.? : x =

Multipliez les termes moyens & diviſez le produit par le premier, vous trouverez que 50000 écus ſe réduiſent à 45454 éc. $\frac{6}{11}$. Cette ſomme eſt le prix du bien. De 50000 écus tirez le prix du bien, le reſte vous donnera le montant des lods.

Ci . . De 50000 écus
tirez 45454 é. $\frac{6}{11}$. Prix du bien.

Reſte . . . 4545 é. $\frac{5}{11}$. Montant des lods.

Si l'on vouloit évaluer les fractions, on auroit 10 bac. 3 cr. 7 d. $\frac{7}{11}$ pour les $\frac{6}{11}$ d'écu ; & 9 bac. 4 d. $\frac{4}{11}$ pour les $\frac{5}{11}$. Ainſi on auroit de reſte :

Ci . . De 50000 éc. 0 b. 0 cr. 0 d.
tirez 45454 10 3 7 $\frac{7}{11}$. Prix du bien.

Reſte . . .4545 éc. 9 b. 0 cr. 4 d. $\frac{4}{11}$. Montant des lods.

PREUVE.

Cherchez le montant des lods au 10 pour $\frac{0}{0}$ d'un bien qui a coûté 45454 écus, 10 bac. 3 cr. 7 d. $\frac{7}{11}$; ſi vous retrouvez le montant des lods comme deſſus, la régle eſt bonne. Dites donc, par régle de trois: Si 100 écus payent 19 éc., combien 45454 éc. 10 b. 3 cr. 7. d. $\frac{7}{11}$? : x = Multipliez les termes moyens, vous trouverez 4545 écus, 9 bach. 4 den. $\frac{4}{11}$: diviſez ce produit par le premier terme, vous retrouverez 4545 écus, 9 bach. 4 d. $\frac{4}{11}$ pour montant des lods.

Dans la diviſion par $\frac{0}{0}$, on trouve 36 deniers de reſte; ces 36 deniers ſont réduits en onzièmes, & en ajoutant les $\frac{4}{11}$ dividende, du on trouve 400 onzièmes, qui, diviſés par $\frac{0}{0}$, donnent $\frac{4}{11}$.

Il y en a qui regardent tout-à-coup ce problême comme très-aiſé, & qui, tirant les lods ſur 50000 liv., croient l'avoir réſolu. Mais qu'ils faſſent attention à l'énoncé de la queſtion, ils verront que le bien ne coûte pas 50000 liv.; dès-lors la difficulté ſe préſentera à eux.

QUESTION 13.

Thomas, négociant, faiſant inventaire, ſe trouve avoir une caiſſe d'huile; qui a en-dedans d'œuvre ſavoir, en longueur 3 pieds, 9 pouces, 8 lignes; en largeur 2 pieds, 8 pouces, 7 lignes; en hauteur, 2 pieds, 3 pouces; ne pouvant la tranſvaſer facilement, Thomas demande combien il y a de livres d'huile dans la dite caiſſe, le pied cube pris pour échantillon, pèſant 44 lb $\frac{1}{2}$ poids de 18 onces? Il y en a 1033 lb.

OPÉRATION 1.

1°. Cherchez combien il y a de pieds cubes d'huile dans la dite caiſſe.

Ci:

Ci : Multipliez la longueur . .	=	3 pieds,	9 pouc.	8 lig.
Par la largeur . . .	=	2	8	7
Vous aurez ci	=	10	3	10
Multipliez ce produit par la hauteur . .		2 pieds	3 pouc.	.
Vous aurez	=	23 pieds,	2 pouc.	7 lig.

Enſorte que la caiſſe contiendra 23 pieds cubes d'huile, 2 pouces, 7 lignes.

OPÉRATION 2.

Pour ſavoir combien il y a de livres d'huile, le pied cube pèſant 44 liv. $\frac{1}{2}$, poids de 18 onces, dites :

ci : Le pied cube pèſant 44 liv. $\frac{1}{2}$. 0 0
Combien pèſeront 23 pi. 2 po. 7 lig. ?

132 liv.	0 onces.	
88	0	
. 11	9	
. . 7	7	pour 2 pouc. ou $\frac{1}{3}$ du pied.
. . 1	15	pour 6 lignes.
. . .	5	pour 1 ligne.
La caiſſe contiendra =	1033 liv.	d'huile.

NOTA. J'ai négligé les fractions d'once qui n'approchoient pas de l'entier. Ce problème eſt de pratique : je l'ai mis en uſage pour un négociant de Bulle. Pour opérer avec ſûreté, on fit faire un vaiſſeau d'un pied cube en dedans d'œuvre : rempli d'huile, il a pèſé 44 liv. $\frac{1}{2}$. Cet échantillon a été la baſe de l'opération.

QUESTION 14.

Un père, en mourant, partage ſon bien à ſes enfans: il donna au premier 1000 liv. & la neuvième partie du reſte, après en avoir ôté les 1000 liv.; il donne au ſecond 2000 liv. & la neuvième partie du reſte; au troiſième il donne 3000 liv. & la neuvième partie du reſte; ainſi de ſuite: il ſe trouve qu'après le partage les enfans ſont héritiers égaux. On demande quel eſt le bien du père & le nombre des enfans?

SOLUTION.

Dans ce problême il y a deux choſes inconnues, qui ſont le bien du père & le nombre des enfans. Pour trouver le nombre des enfans, il n'y a qu'à diminuer le diviſeur d'une unité; ce qui reſte déſignera le nombre des enfans. Ainſi, du diviſeur 9 tirez 1, reſtera 8; ce nombre 8 déſigne qu'il y a 8 enfans.

Pour trouver le bien du père, il faut 1°. carrer le nombre 8, ce qui donne 64: 2°. multiplier ce carré par la première portion de l'aîné, c'eſt-à-dire, par 1000, le produit 64000 liv. déſigne le bien du père. Ayant trouvé les deux inconnues, il n'eſt pas difficile de faire le partage. Par la ſuppoſition les enfans ſont héritiers égaux; par conſéquent, ſi vous diviſez 64000 liv. par 8 enfans, vous trouverez que chacun aura 8000 liv.; & ſi vous multipliez 8000 par 8, vous retrouverez 64000 liv. Ce ſera la preuve.

NOTA. Ayant trouvé le nombre des enfans & le bien du père, on peut faire l'opération d'après les conditions du problême; cette opération, quoique longue, eſt aſſez amuſante. On trouvera toujours le même réſultat.

Cherchez la part de l'aîné; celui-ci doit avoir premièrement 1000 liv.; devant avoir le $\frac{1}{9}$ du reſte, il faut de 64000 liv. tirer 1000 liv., & il reſtera 63000 liv.; d'où tirant le $\frac{1}{9}$, on aura 7000 liv.: ainſi, le fils aîné aura 1000 liv. d'un côté, & 7000 liv. de l'autre; ce qui fait 8000 liv.

Pour chercher la portion du ſecond, il faut de 64000 liv. tirer la portion de l'aîné, c'eſt-à-dire 8000 liv., reſtera 56000 liv.: de cette ſomme tirez 2000 liv. première portion du cadet, reſtera 54000 liv.: de cette ſomme tirez le $\frac{1}{5}$, vous aurez 6000 liv. pour la ſeconde portion du cadet: ainſi, ayant 2000 liv. d'un côté, 6000 liv. de l'autre, le cadet aura autant que l'aîné = 8000 liv.

Faites la même opération pour les autres ſix enfans, vous trouverez que chacun aura 8000 liv.

Ce problême ſe trouve dans pluſieurs auteurs de mathématiques, mais traité algébriquement: ſous ce rapport il eſt très-difficile.

MODÈLE DE LETTRES-DE-CHANGE.

Première.

Lauſanne le 3 Janvier 1798. *Pour* 300^{tt} *de France.*

À vue, il vous plaira payer, par cette première de change, à l'ordre de M. *Jacques Mercier*, la ſomme de *trois cent livres de France eſpèces*, valeur reçue que paſſerez ſuivant l'avis de

LACOMBE.

À M. Ryhiner,
à BASLE.

N.B. Pour la ſeconde ou troiſième on ſtipule, après le mot change: la première (& ſeconde) ne l'étant.

BILLET EN FORME DE LETTRE-DE-CHANGE.

Genève le 25 Février 1798. *Pour* 1200^{tt} *de Fr.*

À *trois mois* de date, je payerai à M. *Petit*, ou à ſon ordre, par cette ſeule de change, *douze cents livres de France*, valeur reçue en marchandiſes du dit, que vous paſſerez en ſon tems, ſuivant l'avis de

DUMOULIN.

Au C. Beſſon, Négociant,
à PARIS.

Billet à Domicile.

À *ſix mois*, je payerai au domicile de Mr. (ou Citoyen) *Legrand*, Banquier, à Paris, à l'ordre de M. Vernanges, *cinq cent livres*, valeur reçue en marchandiſes dudit ſieur. Fait à Lyon, le ſecond Juin, 1798. Desmaret.

Bon pour 500[fr]

Billet à Ordre.

À *ſix mois*, je payerai, à l'ordre de M. *Joubert*, *ſix cent livres*, valeur reçue comptant du dit ſieur. Fait à Fribourg, le premier Mars 1798. Joseph Picard.

Bon pour 600 Liv.

Billet payable au Porteur.

À *une année de date*, je payerai au porteur la ſomme de *douze cent livres*, valeur reçue comptant de Monſieur *Dufour*. Fait à Genève, le troiſième Février 1798. George Bontems.

Bon pour L. 1200.

Billet Solidaire.

Nous ſouſſignés reconnoiſſons devoir à Monſieur *Claude Barbey*, la ſomme de *mille livres*, qu'il nous a prêtée pour nous ſervir *dans nos entrepriſes*; laquelle ſomme nous promettons & nous nous obligeons ſolidairement de lui payer & rembourſer en ſon domicile, à *une année* de la date du préſent, ſous l'obligation de tous nos biens. Fait à Bulle, le premier Juin mille ſept cent quatre-vingt-dix-huit.

Jean Dubois. Pierre Blanchard.

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CET OUVRAGE.

PRÉFACE. . . . . pag. 5
Des ſignes employés dans le calcul. 12
Plan du traité. 13
De l'addition ſimple. . . . . 13 & 14
De l'addition compoſée. 15
Avis pour ceux qui ont de grandes additions à faire. 24
De la preuve de l'addition. 25
De la ſouſtraction ſimple. . . . . 25 & 27
De la preuve de la ſouſtraction. 28
De la ſouſtraction compoſée. 29
De la ſouſtraction chronologique. 34
De la multiplication ſimple. . . . . 36 & 37
De la multiplication compoſée.. 39
Manière abrégée de faire la multiplication. 41
Uſage de la multiplication : réduction des grandes eſpèces en petites. 47
De la preuve de la multiplication. 49
De la diviſion ſimple. . . . . 49 & 51
De la diviſion compoſée. 53
Méthodé facile pour trouver le quotient dans les diviſions. . . . 56
De la réduction des petites eſpèces en grandes par la diviſion. . . 59
De la preuve de la diviſion : manière abrégée de faire la diniſion. 60
Méthode pour ſe rendre très-aiſée la pratique de certaines diviſions difficiles en elles-mêmes. 64
Des diviſions complexes. . . . . ibid.
Application & uſage de la diviſion. 66

Diviſions fractionnaires. . . . . pag. 71
Des multiplications hétérogènes. 75
Des multiplications hétérogènes par les parties aliquotes. 85
Multiplications homogènes. 94
Evaluation des tas de bois. 96
Evaluation des tas de foin. 99
Uſage des multiplications homogènes. 107
Des fractions. 109
Des opérations qu'on peut faire ſur les fractions. 113
Réduction au même dénominateur. 119
Évaluation des fractions. 124
Addition des fractions. 125
Additions des fractions régulières & irrégulières. . . . 128 & 132
De la ſouſtraction des fractions. 136
De la multiplication des fractions. 138
Méthode facile pour faire les multiplications les plus difficiles & les plus irrégulières. . . . . 140 & 141
Méthode facile pour trouver la valeur d'une ſomme ſelon l'indication de pluſieurs fractions. . . . . 142 & 143
De la diviſion des fractions. 148
Des fractions des fractions. 154
Des régles de trois. 156
Des régles directes avec leur preuve. . . . . 157 & 158
Des régles inverſes avec leur preuve. . . . . 159 & 160
Queſtions très-utiles à réſoudre par régle de trois directe. . . . 161
Pour les marchandiſes qui, achetées au dix, au cent, au millier, ſe vendent à la pièce. . . . . ibid.
Pour les marchandiſes qui, achetées à la pièce, ſe vendent au dix, au cent, au millier, ou autre nombre à volonté. 164
Pour les marchandiſes qui ſe vendent à la douzaine, à la groſſe, à la pièce. 165
Queſtions par régle de trois inverſe. Réduction des poids. . . 166

Évaluation des quintaux & livres de toute marchandiſe par régle de trois & de cent. . . . . pag. 170
De la régle de commiſſion ou proviſion. 174
Réduction des différens aunages à l'aune de Paris. 175
Régle d'eſcompte. 178
De l'eſcompte en-dedans & en dehors. 182
Régle de gain. 183
Régle de perte. 186
Régle de troc. 187
Régle pour la tare. 188
Du change & de ſon utilité. 190
De la régle d'intérêt, avec des queſtions très-importantes. 192 & ſuiv.
Rachat des rentes. 199
Tableau des deniers pour connoître le taux de l'intérêt. . . . 203
Tableau des intérêts pour connoître le denier. 204
Régle pour tirer le ſol pour livre. 205
Régle pour les lods. 206
Régle de trois par fractions. 210
Des régles conjointes. 211
Méthode facile pour traiter les régles conjointes. 213
De la régle de compagnie ſimple. 217
Régle de diſcuſſion. 220
De la régle de compagnie compoſée. 222
De la régle de fauſſe poſition ſimple. 224
Régle de fauſſe poſition compoſée. 232
De la régle d'alliage. 235
De la réduction de pluſieurs monnoies. 246
Argent de France comparé avec lui-même. . . . . ibid.
Réduction de l'argent de France en celui de Fribourg & *vice verſâ* (*) 248

(*) Le mot *vice verſâ* ſignifie ici, & réduction de l'argent de Fribourg en celui de France. On trouve pluſieurs fois cette expreſſion ; elle déſignera qu'il faut prendre les termes à réculons.

Argent de Fribourg comparé avec lui-même. . . . . pag. 258
Comparaiſon de l'argent de Fribourg avec l'argent de Berne & *vice verſâ*. 259
Comparaiſon de l'argent de Berne avec l'argent de France & *vice verſâ*. 263
Des florins. 265
Des richsdalers. 277
De l'argent de Piémont comparé avec l'argent de Fribourg & *vice verſâ*. 278
De l'extraction des racines carrées. 282
Queſtionnaire. 293
Modèle de lettres-de-change. 307

Fin de la Table.

Fautes eſſentielles à corriger.

Page 220. AVERTISSEMENT *ſur les régles de trois*, liſez *ſur les régles de compagnie.*

Page 295. *ligne* 24. ſur les opérations qui ſe rencontrent, *liſez* ſur les difficultés qui ſe rencontrent.

Pag. 304. *ligne* 20. une caiſſe d'huile; qui *liſez* une caiſſe d'huile qui

N. B. Si dans l'exécution typographique il s'étoit gliſſé quelqu'autre faute d'ortographe, on prie le lecteur d'y ſuppléer.